

台北市成功高中 113 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 空間中，下列敘述哪些是正確的？

- (1) 垂直一直線的兩相異直線必互相平行
- (2) 不共平面的兩直線必為歪斜線
- (3) 垂直一平面的兩相異直線決定唯一的平面
- (4) 過平面外一點，恰有一直線與此平面平行
- (5) 任意兩相異直線必有公垂線

2. 空間中兩個不平行非零向量 $\vec{v}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ ， $\vec{v}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ ，已知 $\vec{v}_1 \perp \vec{n}$ 且 $\vec{v}_2 \perp \vec{n}$ ，其中

$\vec{n} = (2, -3, 5)$ ，且 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 8$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(1) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$

(2) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & 1 \\ b_1 & b_2 & -1 \\ c_1 & c_2 & 1 \end{vmatrix} = 20$

(3) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 1 & -1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 20$

(4) $\begin{vmatrix} -4 & -1 & 3 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 20$

(5) $\begin{vmatrix} a_1 & -4 & a_2 \\ b_1 & -1 & b_2 \\ c_1 & 3 & c_2 \end{vmatrix} = 20$

二、填充題（占 80 分）

說明：第 3 題至第 13 題。													
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	8	16	24	32	38	44	50	56	62	68	72	76	80

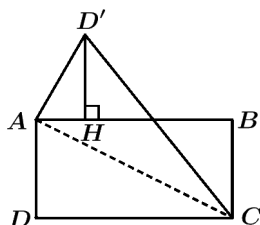
3. 設 $A(4, -5, 2)$ 、 $B(2, 1, 6)$ 、 $C(-2, -1, 0)$ 為一正立方體之三個頂點，求此正立方體的體積為【 】。

4. 空間中三向量 $\vec{a} = (1, 2, 1)$ 、 $\vec{b} = (-2, 1, 2)$ 、 $\vec{c} = (0, 5, 4)$ ，已知 r, s 為實數且 $(\vec{a} + r\vec{b}) // \vec{c}$ ，且 $(\vec{a} + s\vec{b}) \perp \vec{c}$ ，求數對 $(r, s) =$ 【 】。

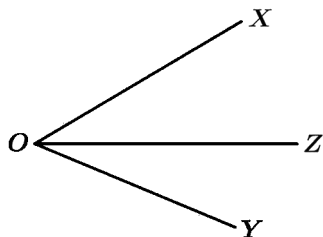
5. 已知設 $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 5$ 且 $|-2\vec{a} + \vec{b}| = 7$ ，求 $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ 【 】。

6. 空間中相異四點 A, B, C, D ，設 $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 4$ ，且 $\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{BD}$ 夾角為 30° ，則 C 點到直線 BD 的距離為【 】。

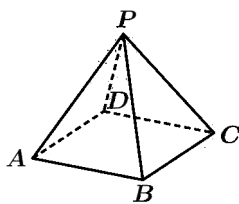
7. 如圖，一矩形紙板 $ABCD$ ，已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 1$ ，若沿對角線 $\overline{AC}$ 上摺至 ACD' 之位置，且由 D' 作平面 ABC 之垂足 H 在 $\overline{AB}$ 上，則 $\overline{D'H} =$ 【 】。



8. 如圖，不共平面的三線段 $\overline{OX}$ 、 $\overline{OY}$ 、 $\overline{OZ}$ ，其中 $\angle XOY = 60^\circ$ 、 $\angle XOZ = 45^\circ$ 、 $\angle YOZ = 45^\circ$ ，設 $\triangle XOY$ 和 $\triangle YOZ$ 的兩面角為 θ ，求 $\sin \theta =$ 【 】。



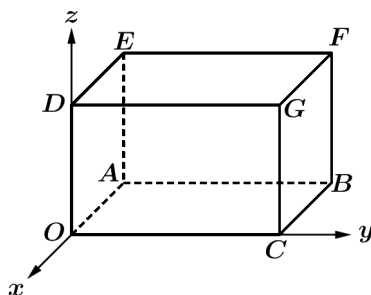
9. 如圖，正金字塔 $P-ABCD$ 中 (底部為正方形，四個側面為正三角形)，設稜邊長為 5，點 M 為 $\overline{BP}$ 的中點，則 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} =$ 【 】。



10. 如圖，空間坐標系中的一個長方體 $OABC-DEFG$ ，其三邊長分別為 $\overline{OC} = 6$ ， $\overline{CB} = 2$ ， $\overline{BF} = 4$ 。設 P 在 $\overline{BF}$ 上，且 $\overline{FP} : \overline{PB} = 1 : 3$ 。而 Q 、 R 兩點，分別是 $\overline{AE}$ 與 $\overline{CG}$ 的中點，求：

(1) $\triangle QPR$ 的面積為

(2) 點 P 到直線 QR 的投影點坐標為【 】。

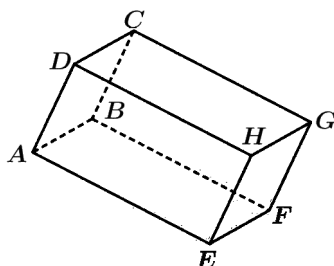


11. 如圖，平行六面體 $ABCD-EFGH$ 中，已知 $A(0, 0, 1)$ 、 $B(-2, 1, 2)$ 、 $C(-3, 2, 5)$ 、 $\overline{HD} \perp \overline{AD}$ 、 $\overline{HD} \perp \overline{CD}$ 且 $\overline{HD} = 2\sqrt{30}$ ，求：

(1) 若點 H 位於第一卦限，則點 H 的坐標為

(2) 若 P 為 $\triangle ABC$ 的重心，且 $\overrightarrow{HP} = \alpha \overrightarrow{HD} + \beta \overrightarrow{AB} + \gamma \overrightarrow{AC}$ ，

則有序實數 $(\alpha, \beta, \gamma) =$ 【 】。



12. 已知一平行六面體，某一底面的其中三頂點為 $A(-1, 2, 3)$ 、 $B(0, 4, 6)$ 、 $C(0, 2, 2)$ ，其平行的另一面有一頂點 P 與原點距離為 $\sqrt{6}$ 。當滿足前敘述條件之平行六面體有最大體積時，求點 P 的坐標為【 】。

13. 已知空間中三向量 $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 、 $\vec{w}$ ，若由三向量 $\vec{v} + \vec{w} - \vec{u}$ 、 $\vec{u} + \vec{w} - \vec{v}$ 、 $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ 所決定的平行六面體體積為 30，則由 $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 、 $\vec{w}$ 所決定的平行六面體體積為【 】。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 16 題組

設 $L_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ 、 $L_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ 、 $L_3: a_3x + b_3y + c_3 = 0$ 為 xy 坐標平面上三條直線，求：

14. 判斷敘述：「若 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ ，則 L_1 、 L_2 、 L_3 必有共同交點。」是否正確？

（是非題，1 分）

15. 設 L_1 、 L_2 、 L_3 為三相異直線，若直線 L_1 、 L_2 、 L_3 恰交於一點 (x_0, y_0) ，

證明： $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ 。（非選擇題，3 分）

16. 若平面上三直線 $L_1: (k-2)x - 3y + 4 = 0$ 、 $L_2: 3x + (k+3)y - 1 = 0$ 、 $L_3: x + 2y + (k-1) = 0$ 交於一點，求實數 k 的值，與交點坐標。

（非選擇題，4 分，2 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 235 2. 24

3. $56\sqrt{7}$

4. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{14}{13}\right)$

5. $6\sqrt{6}$

6. $2\sqrt{17}$

7. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

9. $-\frac{75}{4}$

10. (1) $\sqrt{46}$; (2) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{27}{5}, 2\right)$

11. (1) $(3, 11, 2)$; (2) $\left(1, \frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

12. $(1, -2, 1)$

13. $\frac{15}{2}$

第貳部分：混合題

14. 否

15. 略

16. $k = -2; \left(-\frac{1}{5}, \frac{8}{5}\right)$