

# 臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第二學期第二次期中考高二數學 B 試題卷

本次考試滿分為 106 分，若得分超過 100 分則以 100 分計  
一、多選題（每題 10 分，共 40 分）

說明：第 1 至 4 題為多選題，每題各有五個選項。每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算。

1. 下列選項中的事件都是非空事件，請選出適用於主觀機率預測的選項？

- (1) 桃喰綺羅莉 說：「命運就是萬物的一切都早已注定好，我從 22 張塔羅牌抽中這張『世界』的機率是 100%。」
- (2) 五条悟 對 两面宿儺 說：「這場對戰，我 200% 會贏喔。」
- (3) 結束 祈 說：「過去練習花式滑冰兩周半跳 10 次有 9 次成功落地，所以我下次成功的機率有 90%。」
- (4) 源 櫻 說：「不管我怎麼努力，成功機率都只有 10%，下次也是 100% 會失敗的。」
- (5) 桑樂 說：「副職業抽到『愚者』的代價是恢復道具有機率無效，我覺得恢復道具有 50% 的機率會無效。」

2. 鹿野千夏、蝶野雛、豬股大喜 三人依序投籃，三人投籃命中率分別為 0.9、0.3、0.5，若彼此互不影響，下列敘述何者正確？

- (1) 至少一人投籃命中的機率 0.135。
- (2) 恰一人投籃命中的機率為 0.365。
- (3) 恰兩人投籃命中的機率為 0.465。
- (4) 已知恰一人投籃命中，其為 千夏 投進的機率為  $\frac{63}{73}$ 。
- (5) 已知恰兩人投籃命中，其為 雛、大喜 投進的機率為  $\frac{2}{31}$ 。

3. 劍湖山世界 推出門票優惠活動，汽車、機車車牌號碼上有「9」、「4」、「5」、「3」任一碼，享車上每人 399 元購票優惠，任 2 碼以上則享車上每人 299 元優惠，4 碼全中享車上每人 99 元優惠，每輛機車至多優惠 2 人，汽車至多優惠 4 人。4 月 9 日剛推出活動時舊規定為數字不重複計算，後來 4 月 22 日改成新規定為數字可重複計算，例如：車牌號碼 3367，在舊規定對中 1 碼，在新規定下則變成對中 2 碼，假設車牌號碼皆為四碼，且每一位數 0 到 9 出現的機率均等，請選出正確的選項。

- (1) 小綠 一家共 3 人搭著車牌 3459 的汽車，門票總共只需 396 元。
- (2) 舊規定下，對中四碼的機率為  $\frac{24}{10000}$ 。
- (3) 舊規定下，已知對中四碼，則車牌為 9453 的機率為  $\frac{1}{24}$ 。
- (4) 新規定下，對中四碼的機率為  $\frac{256}{10000}$ 。
- (5) 新規定下，已知對中四碼，則車牌為兩碼各重複 2 個的機率為  $\frac{9}{32}$ 。



4.私立百花王學園二年華班兩位同學蛇喰夢子與早乙女芽亞里進行投票猜拳賭局，遊戲規則為請班級裡的 30 位同學每人在一張卡片上畫剪刀、石頭、布這三種之一，將 30 張卡片封入不透明密閉箱子。夢子和芽亞里從箱子裡各抽出三張，然後每次選一張卡片進行猜拳，若分出勝負則此局結束，若兩人卡片相同則為平手，則繼續選下一張卡片進行猜拳，直到分出勝負為止。三張卡片打完都是平手則此局記為平局。正常賭局中三種卡片各有 10 張，但芽亞里串通班上部分同學，使得卡片分布變為 3 張剪刀、14 張石頭、13 張布，稱為作弊賭局，請選出正確的選項。

- (1)正常賭局中，夢子抽到兩張石頭、一張剪刀的機率為  $\frac{45}{406}$ 。
- (2)正常賭局中，夢子抽到剪刀、石頭、布各一張的機率為  $\frac{50}{203}$ 。
- (3)作弊賭局中，夢子抽到剪刀、石頭、布各一張的機率為  $\frac{39}{290}$ 。
- (4)作弊賭局中，已知夢子抽到恰一張剪刀，則為剪刀、石頭、布各一張的機率為  $\frac{14}{27}$ 。
- (5)作弊賭局中，已知兩個人都抽到剪刀、石頭、布各一張，最後平局的機率為  $\frac{1}{3}$ 。

## 二、填充題（每題 6 分，共 36 分）

說明：第 5 至 10 題為填充題，每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。答案請化成最簡分數。

5.販售異國商品的商隊來到後宮，後宮中有 30% 的人購買髮帶，40% 的人購買梳子，10% 兩者都買。

已知藥師少女貓貓在後宮買了髮帶，則她沒有買梳子的機率為\_\_\_\_\_。

6.設  $A$ 、 $B$  為樣本空間中的兩事件，若  $P(A) = \frac{1}{3}$ 、 $P(B) = \frac{3}{8}$ 、 $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ，則  $P(A|B') =$ \_\_\_\_\_。

7.設  $A$ 、 $B$  為樣本空間中的兩事件，若  $P(A) = \frac{1}{3}$ 、 $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ，且  $A$ 、 $B$  為互斥事件，則  $P(A|B') =$ \_\_\_\_\_。

8.三整數  $a, b, c$  為偶數的機率分別為  $\frac{2}{3}$ ， $\frac{4}{5}$ ， $\frac{4}{7}$ ，且彼此互不影響，則  $ab + c$  為奇數的機率為\_\_\_\_\_。

9.已知袋中有 4 顆紅球，5 顆白球，每次取出 1 球，每顆球被取到的機率相等，取出的球不放回。則在第五次取到紅球的條件下，第二次取到白球的機率為\_\_\_\_\_。

10.羽丘女子學園的學生全部都有參加樂團或社團，在這些學生之中只參加樂團的學生佔全體學生的  $\frac{7}{10}$ 。參加樂團的學生中有  $\frac{1}{8}$  的學生同時也參加社團。則只參加社團的學生在該校所有參加社團的學生中所占的比例為\_\_\_\_\_。

三、混合題（每題 6 分，共 18 分）

說明：第 11 至 13 題為填充題，每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

漫畫《夏日時光》中描述到在人口只有 700 人的日都島有個古老傳說，有一種疾病稱為「影子病」，患有該病的人會看到跟自己一模一樣的分身，就如同影子一樣，已知島上有 10% 的人患有影子病，患有影子病的人經過檢測為陽性的機率為 80%，非患者檢測為陽性的機率為 10%。試回答下列問題：

11. 依據上述資料，現將全島 700 人做檢測，其中  $a, b, c, d$  皆為正整數，則列聯表中  $(a, d) =$  \_\_\_\_\_。

|    | 陽性      | 陰性      | 總和      |
|----|---------|---------|---------|
| 有病 | $a$     | $b$     | $a + b$ |
| 沒病 | $c$     | $d$     | $c + d$ |
| 總和 | $a + c$ | $b + d$ | 700     |

12. 若有 300 位健康的人遷移至島上，從全島共 1000 人中任選一人做檢測，則陽性的機率為 \_\_\_\_\_。

13. 承上題，已知島上居民 こふねうしお 小舟潮 檢測為陽性，則她實際上沒有患病的機率為 \_\_\_\_\_。

四、證明題（每題 6 分，共 12 分）

說明：第 14 至 15 題為證明題，每題完全答對得 6 分，需詳細寫出計算過程，否則不予計分。

14. 「露比醬～嗨！」迷因是來自於日本 3 人聲優限定組合「AiScReam」，在線下演唱 2025 年 1 月發行的日文歌曲〈愛♡スクリ～ム！〉時的表演。某班級按照性別以及是否聽過這首歌進行分類，得列聯表如下：

|    | 聽過  | 沒聽過 |
|----|-----|-----|
| 男生 | $a$ | $b$ |
| 女生 | $c$ | $d$ |

其中  $a, b, c, d$  皆為正整數，自班上任選一人， $A$  表示選到的人為男生的事件， $B$  表示選到的人聽過這首歌的事件，已知  $A$  與  $B$  為獨立事件，試證明： $a:b=c:d$ 。

15. 設  $A$  與  $B$  為兩非空事件，且  $A$  與  $B$  為獨立事件， $A'$  為  $A$  的餘事件，試證明： $A'$  與  $B$  為獨立事件。  
(hint：即證明  $P(A' \cap B) = P(A') \cdot P(B)$ )

♪行け 行け 追いつけない速度で 飛べ インパルス加速して 行け きっとこの時を感じる為に生まれてきたんだ  
《BOW AND ARROW》

# 臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第二學期第二次期中考高二數學 B 答案卷

二年\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_號，姓名：\_\_\_\_\_

本次考試滿分為 106 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
2. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

## 一、多選題（每題 10 分，共 40 分）

| 題號 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----|---|---|---|---|
| 答案 |   |   |   |   |

## 二、填充題（每題 6 分，共 36 分）

| 題號 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|----|
| 答案 |   |   |   |   |   |    |

## 三、混合題（每題 6 分，共 18 分）

| 題號 | 11 | 12 | 13 |
|----|----|----|----|
| 答案 |    |    |    |

## 四、證明題（每題 6 分，共 12 分）

| 題號 | 作答區 |
|----|-----|
| 14 |     |

| 題號 | 作答區 |
|----|-----|
| 15 |     |

# 臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第二學期第二次期中考高二數學 B 答案卷

二年\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_號，姓名：\_\_\_\_\_

本次考試滿分為 106 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

3. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
4. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

## 一、多選題（每題 10 分，共 40 分）

| 題號 | 1  | 2   | 3   | 4    |
|----|----|-----|-----|------|
| 答案 | 15 | 234 | 234 | 1234 |

## 二、填充題（每題 6 分，共 36 分）

| 題號 | 5             | 6             | 7             | 8                | 9             | 10            |
|----|---------------|---------------|---------------|------------------|---------------|---------------|
| 答案 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{46}{105}$ | $\frac{5}{8}$ | $\frac{2}{3}$ |

## 三、混合題（每題 6 分，共 18 分）

| 題號 | 11       | 12    | 13               |
|----|----------|-------|------------------|
| 答案 | (56,567) | 0.149 | $\frac{93}{149}$ |

## 四、證明題（每題 6 分，共 12 分）

| 題號 | 作答區                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14 | <p>已知 <math>A</math> 與 <math>B</math> 為獨立事件，<math>P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)</math> (1 分)</p> $\frac{a}{a+b+c+d} = \frac{a+b}{a+b+c+d} \cdot \frac{a+c}{a+b+c+d} \quad (2 \text{ 分})$ $a(a+b+c+d) = (a+b)(a+c)$ $a^2 + ab + ac + ad = a^2 + ac + ab + bc$ $ad = bc$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a:b = c:d \quad (3 \text{ 分})$ |

| 題號 | 作答區                                                                                                                                     |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 15 | $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) \quad (3 \text{ 分})$ $= P(B) - P(A) \cdot P(B)$ $= P(B)(1 - P(A))$ $= P(B)P(A') \quad (3 \text{ 分})$ |