

113 學年度第一學期第一次定期考高一數學試題

範圍：數與式、指數、常用對數

一、單選題（每題 5 分，共 25 分）

1. $2.\overline{6}-1.5$ 表示成有理數為？
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) 1 (D) $\frac{7}{6}$ (E) $\frac{4}{3}$
2. 數線上，已知兩點 $A(-3)$ 、 $B(7)$ ，以及 $\overline{AB}$ 上一點 $P(x)$ 滿足 $\overline{AP}:\overline{AB}=3:5$ ，如此 x 等於？
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
3. 實數 a 、 b 滿足 $-3 \leq a \leq 5$ ， $1 \leq b \leq 2$ ，若 M 是 $a-b$ 的最大值， m 是 $a-b$ 的最小值，則 $M-m$ 為？
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
4. $a=3^{\frac{3}{4}}$ ， $b=4^{\frac{2}{3}}$ ， $c=5^{\frac{1}{2}}$ 的大小為？
(A) $c > b > a$ (B) $b > a > c$ (C) $a > b > c$ (D) $c > a > b$
(E) $b > c > a$
5. 最接近 $\log 12345$ 的整數為？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

二、多選題（每題 7 分，共 21 分）

錯一個得 5 分，錯兩個得 2 分，錯兩個以上或沒作答得 0 分。

1. a 為正實數， $a^{\frac{3}{4}}$ 等於？
(A) $\sqrt[4]{a^3}$ (B) $\sqrt[4]{a}\sqrt{a}$ (C) $(-a)^{\frac{3}{4}}(-1)^{\frac{3}{4}}$ (D) $\sqrt{\sqrt{a^3}}$
(E) $\sqrt[4]{8}\sqrt[4]{\left(\frac{a}{2}\right)^3}$

2. 下列敘述哪些是正確的？

(A) a 為正實數，無理數 $r = r_0.r_1r_2\cdots$ 寫成十進位小數，

則 a^{r_0} ， $a^{r_0.r_1}$ ， $a^{r_0.r_1r_2}$ ，……會任意接近 a^r

(B) 任意數線上的點和原點的距離可以實數表示

(C) a 、 b 為實數，則 $\frac{a+b}{2} > \frac{3a+b}{4}$

(D) a 為實數，因為 $a(a+2) = a^2 + 2a < a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2$ ，

所以 $\sqrt{a(a+2)} < a+1$

(E) a 、 b 為實數滿足 $a-b$ 為有理數， ab 為無理數，

則 a 、 b 皆為無理數

3. 下列何者有實數解？

(A) $|x+2| + |3-x| = 4$ (B) $|x+2| + |3-x| = 8$

(C) $|x+2| + |3-x| < 5$ (D) $|x+2| - |3-x| = 3\sqrt{2}$

(E) $|x+2| - |3-x| \leq -3\sqrt{3}$

三、填充題（每題5分，共40分）

1. 已知 a 、 b 為實數， $9a^2 + 4b^2 - 12a + 12b$ 的最小值為_____。

2. 化簡 $\left[\left(\frac{32}{243} \right)^{\frac{3}{5}} + 82 \times 9^{-2} - (-11)^0 \right]^{\frac{-1}{2}}$ 得_____。

3. 實數 a 、 b 之間的關係為 $2a = 4 + 3\log b$ ，則當 b 變為10倍時， a 增加_____。

4. 不等式 $4x - |5 - 3x| \geq 7$ 的解為_____。

5. 實數 a 、 b 有 $3a^2 + 4b^2 = 8$ ，則 ab 的範圍為_____。
(化成最簡並用區間符號表示)。

6. 化簡 $\sqrt{36 + 6\sqrt{35}} - \sqrt{19 - 2\sqrt{60}}$ 可得_____。

7. 兩種菌類 A、B 製成一種新的保健食品，實驗發現 B 菌個數超過 A 菌個數的 5 倍時才有效果，已知 A 菌個數一天增加一倍，B 菌個數一天增加兩倍，如果開始培養時 A 菌個數是 B 菌個數的兩倍，則至少天（取整數）效果才會出現。
8. 一遊戲在筆直道路上進行，甲、乙兩人相距 10 公尺，一獎品位於道路上，與甲的距離為整數，遊戲開始甲、乙兩人以 2:1 的速率向獎品跑去，先到的人將獲得獎品，若最後由乙獲得，則開始時獎品與乙的最遠距離為_____。

四、計算證明題（共 14 分）

1. 若 p_0 為地表的大氣壓力， p_h 為高度 h （公尺）時的大氣壓力，兩者滿足

$$p_h = p_0 \times 2.72^{\frac{-9.81h}{a}}, \quad a \text{ 為常數},$$

若 $p_0 = 1013$ （百帕）， $p_{1000} = 977$ （百帕）， $10^{0.435} = 2.72$ ，

試將 a 表示成 $\frac{-r}{\log s}$ ，

r 為科學記號， $s = \frac{u}{v}$ 為最簡有理數（ r 、 s 各 4 分）。

2. 兩個奇數三次方的和可以簡化成兩個奇數的積嗎？
若可以請舉兩個例子（各 3 分），若不行請證明（6 分）。