

台北市中山女高 113 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 方程式 $\sin x = \frac{1}{2}$ 在 $0 \leq x \leq 5\pi$ 範圍內實根的總和為何？

- (1) 7π
- (2) 9π
- (3) 11π
- (4) 13π
- (5) 15π

2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = \frac{-1}{5\sqrt{2}}$ ， $\tan B = \frac{3}{4}$ ，則 $\angle C$ 度數為何？

- (1) $\frac{\pi}{6}$
- (2) $\frac{\pi}{4}$
- (3) $\frac{\pi}{3}$
- (4) $\frac{3\pi}{4}$
- (5) $\frac{2\pi}{3}$

3. 試問 $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 與 $y = \sin x$ 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內有多少個交點？

- (1) 1 個
- (2) 2 個
- (3) 3 個
- (4) 4 個
- (5) 5 個

4. 令 $a = \sin(\pi^2)$ ，試問下列哪一個選項是正確的？

- (1) $a = -1$
- (2) $-1 < a < -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (3) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < a < -\frac{1}{2}$
- (4) $-\frac{1}{2} < a < 0$
- (5) $a = 0$

5. 將函數 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的圖形經過下列何者變換後，會與函數 $y = \cos 2x$ 的圖形重合？

- (1) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位
- (2) 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 單位
- (3) 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 單位
- (4) 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位
- (5) 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 單位

二、多選題（占 24 分）

說明：第 6 題至第 8 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

6. 已知 $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ 且 $\cos \theta > 0$ ，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) $\cos^2 \theta < \sin^2 \theta$
- (2) $\cos 2\theta > 0$
- (3) $\sin 2\theta > 0$
- (4) 標準位置角 θ 與 2θ 的終邊必位在相同的象限
- (5) 標準位置角 θ 與 $\frac{\theta}{2}$ 的終邊必位在相同的象限

7. 坐落在台北的美麗華摩天輪，其直徑為 70 公尺，設立在 30 公尺的基座上，因此摩天輪垂直於地面且最低點離地面是 30 公尺。若摩天輪每隔 1 小時轉一圈，小安 從最低點坐上摩天輪車廂，並且開始轉動，小安 的車廂所在高度為 y 公尺。每隔 15 分鐘，測量車廂的高度，並且得到下表。

轉動時間 t (小時)	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
車廂高度為 y (公尺)	30	65	100	65	30

現在以函數 $y = a \sin(bt + c) + d$ ($a, b, d > 0, -\pi < c < \pi$) 來描述車廂所在的高度，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) $a = 70$
- (2) $b = 2\pi$
- (3) $c = -\frac{\pi}{2}$
- (4) $d = 65$
- (5) 轉 5 分鐘後，小安 共繞行 $\frac{35}{6}\pi$ 公尺

8. 令 $y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ ，試選出正確的選項。

(1) 鉛直線 $x = \frac{7\pi}{6}$ 為 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸

(2) 若兩相異鉛直線 $x = a$ 和 $x = b$ 均為 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸，則 $f(a) = f(b)$

(3) 點 $\left(\frac{5\pi}{3}, 0\right)$ 為 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心

(4) 若 $0 \leq x < 2\pi$ ，則滿足方程式 $f(x) = \sqrt{3}$ 的實數解 x 共有兩個

(5) $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = 4 \cos^2 x$ 的圖形經適當(左右、上下)平移得到

三、填充題 (占 42 分)

說明：第 9 題至第 15 題，每題 6 分。

9. 已知某一扇形的半徑為 6 公分，弧長為 10 公分，試求此扇形的面積為【 】平方公分。

10. 計算 $\sin \frac{2\pi}{3} \times \cos \frac{7\pi}{6} \times \tan \left(\frac{-\pi}{4}\right)$ 之值 =【 】。

11. 設兩直線 $L_1: 2x - y = \sqrt{3}$ 及 $L_2: x + y = 3$ ，若兩直線之銳夾角 θ ，則 $\tan \theta$ 之值 =【 】。

12. 若 $y = f(x) = 3 \cos \left(\frac{\pi}{3} - x\right) + 2 \cos x$ 的最大值是 M ，則 M =【 】。

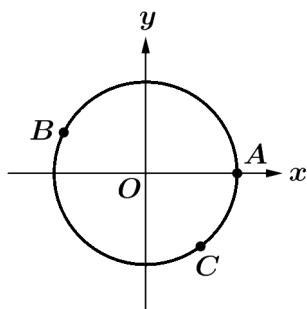
4

13. 設 $y = f(x) = 3 \cos x - 4 \sin x$ ，則當 $x = \theta$ 時， $f(x)$ 有最小值，
求 $\sin \theta$ =【 】。

14. 設 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$ ，若 $y = f(x) = \cos^2 x - 4 \sin x - 1$ 的最大值是 M ，最小值是 m ，

則數對 (M, m) =【 】。

15. 如圖，已知單位圓上有一點 $A(1,0)$ ， O 為原點且 $\angle AOB = \angle BOC$ ，若 C 的 y 坐標為 $-\frac{4}{5}$ ，則 B 的 x 坐標之值為【 】。

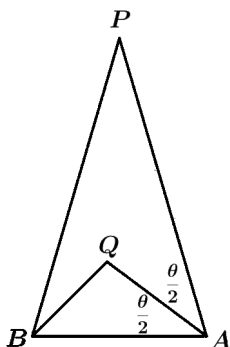


第貳部分：混合題（占 9 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

16 — 18 題組

如圖，在同一平面上，相距 14 公里的 A, B 兩砲台， A 在 B 的正東方。某次演習時， A 向西偏北 θ 方向發射砲彈， B 則向東偏北 θ 方向發射砲彈，其中 θ 為銳角，觀測回報兩砲彈皆命中距離 A, B 為 25 公里外的同一目標 P 。接著 A 改向西偏北 $\frac{\theta}{2}$ 方向發射砲彈，但著點為 10 公里外的點 Q 。



16. $\cos \theta$ 之值。(非選擇題，2 分)

17. $\cos \frac{\theta}{2}$ 之值。(非選擇題，4 分)

18. 試問砲台 B 與但著點 Q 的距離 $\overline{BQ}$ 為多少公里。(非選擇題，3 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 5 2. 2 3. 2 4. 4 5. 2

6. 24 7. 2345 8. 134

9. 30

10. $\frac{3}{4}$

11. 3

12. $\sqrt{19}$

13. $\frac{4}{5}$

14. $\left(\frac{7}{4}, -5\right)$

15. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

第貳部分：混合題

16. $\frac{7}{25}$

17. $\frac{4}{5}$

18. $6\sqrt{2}$