

桃園市武陵高中 113 下高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-6-4-0)

1. 已知空間中兩直線 L_1 、 L_2 和平面 E ，其中 $L_1: \begin{cases} 2x + z = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ ，

$L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ ， $E: 2x + 3y + z + 1 = 0$ ，試問下列敘述哪些正確？

- (1) 向量 $(1, 0, 2)$ 為直線 L_1 的一個方向向量
- (2) 向量 $(2, 3, 1)$ 為直線 L_2 的一個方向向量
- (3) 點 $(5, 5, 2)$ 在直線 L_2 上
- (4) L_1 與 E 交於一點
- (5) 平面 E 上過 $(1, -1, 0)$ 之所有直線都與 L_2 垂直

2. 今有 2 顆黑球、2 顆白球、3 顆紅球共 7 顆大小相同的球排成一列。設事件 A 為 2 顆黑球相鄰的事件，事件 B 為 2 顆白球不相鄰的事件，而事件 C 為紅球完全不相鄰的事件。試選出正確的選項。

- (1) $P(A) > P(B)$
- (2) $P(C) = \frac{2}{7}$
- (3) $P(B | A) = \frac{2}{7}$
- (4) $P(C | A) > 0.2$
- (5) $P(C | B) \geq 0.35$

3. 擲一公正骰子三次，點數依序為 a 、 b 、 c ，試問下列敘述哪些正確？

(1) abc 是偶數的機率為 $\frac{7}{8}$

(2) $a + b + c$ 是奇數的機率 $\frac{1}{2}$

(3) a 、 b 、 c 依序為等差數列的機率 $\frac{1}{12}$

(4) $a + b + c$ 為 3 的倍數的機率 $\frac{1}{3}$

(5) $ab + c$ 為偶數的機率 $\frac{5}{8}$

二、填充題（占 66 分）

說明：第 4 題至第 13 題，每小題 6 分。

4. 班上有 30 位學生，教室坐位編排為 6 排，每排 5 個位置，座位採抽籤方式決定，玉芝 與 家齊 是好朋友，已知 家齊 抽到某一排最前面位置的條件下，玉芝 抽到 家齊 隔壁（左或右）的機率為 $\frac{\textcircled{4-1}}{\textcircled{4-2} \textcircled{4-3}}$ 。

5. 小策 上學有三種方式分別為走路、騎單車、父母載，三種方式遲到的機率分別為 0.8、0.4、0.2，若今日遲到明日轉換成另外兩種方式的機率各 $\frac{1}{2}$ ，若準時到校，明日採相同方式上學。

(1) 若是星期一走路上學，則星期二遲到的機率為 $0.\textcircled{5-1}$ 。

(2) 若是星期一為父母載，則星期三也父母載的機率為 $0.\textcircled{5-2}$ 。

6. 桌上有金額不同的四個紅包，可獲得其中一包的金額當獎金，規則如下，一次取一包，取後可以確認紅包內的金額，可選擇保留或放棄，保留則獲得該金額且不能再選取，放棄了可從未選取的紅包之中再擇一選取，亦可選擇保留或放棄，依此類推，聰明的小智擬定了一個策略，不管第一次抽到多少金額都選擇放棄，之後若是抽到高於第一次的金額就保留，則 小智 獲得四個紅包之中最高金額的機率為 $\frac{\textcircled{6-1} \textcircled{6-2}}{\textcircled{6-3} \textcircled{6-4}}$ 。

7. 現有一列 10 個座位，編號 1~10，甲乙丙依序抽籤入座，籤筒內 1~10 號籤各一支，取後不放回，

已知甲生抽到 4 的倍數的條件下，則丙生抽到與甲或乙相鄰的座位的機率為 $\frac{\textcircled{7-1}}{\textcircled{7-2} \textcircled{7-3}}$ 。

8. 某班有 40 位學生，疫情期間，學校規定在學校日活動當天，每位學生只能有一位家長代表參加。當天班上有 40 位家長出席學校日，由服務隊的學生公告班上的座位表，請家長入班時依自己孩子的座號入座，並依序一次一位家長入班，第一位與第三位入班的家長並沒有看座位表，而是選了一個自己喜歡的座位入座（每個空座位被選到的機會均等，故也可能剛好選到他自己孩子的座位），爾後每位家長入班時，如果發現自己孩子的座位被坐走了，就會隨機選擇剩下的任一個空座位坐下（每個空座位被選到的機會均等），但若自己孩子的座位還空著，就會對號入座。已知第二位家長坐了自己孩子的座位，今天小恩的媽媽是第四位入班的家長，小恩的媽媽能坐到小恩座位的條件機率是

$\frac{\textcircled{8-1} \textcircled{8-2}}{\textcircled{8-3} \textcircled{8-4}}$ 。

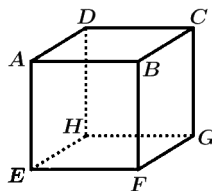
9. 空間中， $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(1, -2, 4)$ ， $B(4, 7, 2)$ ， $C(x, y, 0)$ ，

當 $\triangle ABC$ 的周長最小時， $\triangle ABC$ 的面積為 $4\sqrt{\textcircled{9-1} \textcircled{9-2}}$ 。

10. 附圖的正立方體中，已知直線 $AB: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{2}$ 與

直線 $CG: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ ，求四面體 $ABCG$ 的體積為

$\frac{\textcircled{10-1} \textcircled{10-2} \textcircled{10-3}}{\textcircled{10-4}}$ 。

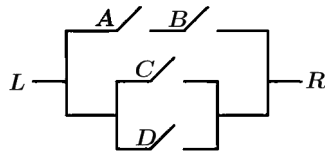


11. 空間中有一直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{1} = \frac{z-3}{1}$ ， P 為 L 上的點，若 P 到 xy 平面、 yz

平面、 xz 平面的距離分別為 a 、 b 、 c ，則 $a+b+c$ 的最小值為 $\textcircled{11-1}$ 。

12. 網球單打比賽除了搶七外，在同一局的比賽中皆由同一人發球，直到該局結束。若沒有出現 *Deuce* (*Deuce* 是指雙方三分比三分平手時，需連得兩球才能拿下勝局)，則由先贏四球者獲得此局的勝利。經統計發現，當實力相當的兩方對決時，發球者贏得此球的機率較大，其機率為 $\frac{3}{4}$ 。假設每一球的輸贏互相獨立，試問：發球者在發球局中一路領先且沒有經過 *Deuce* (除了一開始 0:0 之後此局沒出現比數相同) 贏得此局的機率為 $\frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2} \textcircled{12-3} \textcircled{12-4}}{2048}$ 。

13. 電流路線如右圖，路線中有 4 個開關，設 A 、 B 、 C 、 D 通過電流的機率分別為 $\frac{1}{3}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{1}{3}$ ， $\frac{2}{3}$ ，且各開關的操作獨立，試求電流從左端 L 流到右端 R 的機率為 $\frac{\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}}{\textcircled{13-3} \textcircled{13-4}}$ 。



第貳部分：混合題 (占 10 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14-15 題組

空間中有兩直線 $L_1: \frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-3}{-2}$ ， $L_2: \frac{x-7}{-3} = \frac{y+7}{4} = \frac{z-1}{-1}$ ，在 L_1 上取一點 P ， L_2 上取一點 Q ，使得 $\overline{PQ}$ 為兩直線的公垂線段，試求：

14. P 、 Q 兩點的坐標？(非選擇題，各 3 分)

15. 線段 $\overline{PQ}$ 長度？(非選擇題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 235

2. 2

3. 1234

4. $\frac{5}{87}$

5. (1) 0.4 ; (2) 0.7

6. $\frac{11}{24}$

7. $\frac{7}{18}$

8. $\frac{37}{39}$

9. $4\sqrt{10}$

10. $\frac{125}{6}$

11. 5

12. $\frac{1053}{2048}$

13. $\frac{67}{81}$

第貳部分：混合題

14. $P(3, 4, 5), Q(1, 1, -1)$

15. 7