

台北市中山女高 113 上高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 87 分）

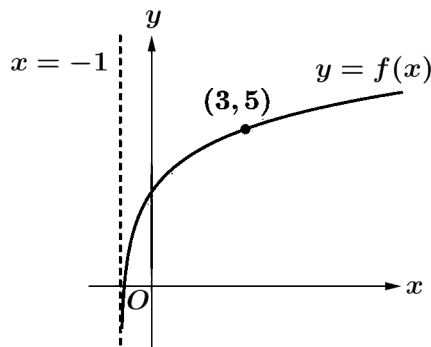
一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 設 $a = 1 + \log_2 3$ 、 $b = 2\log_2 3$ 、 $c = 2\log_3 2$ 、 $d = 3$ ，則 a 、 b 、 c 、 d 四數的大小順序為下列哪一個選項？

- (1) $b > c > d > a$
- (2) $b > d > c > a$
- (3) $b > d > a > c$
- (4) $d > b > a > c$
- (5) $d > b > c > a$

2. 若函數 $f(x) = \log_2[a(x+h)]$ 的圖形如下，其中 a 、 h 為實數，圖形恆在 $x = -1$ 的右方。試問 $f(7)$ 的值為何？



- (1) 6
- (2) $6\frac{1}{2}$
- (3) 7
- (4) $7\frac{1}{2}$
- (5) 8

3. YouTuber 是指在影音平台《YouTube》投稿影片的影音創作者，近年來越來越多人以 YouTuber 做為職業。小山 想專職 YouTuber 為工作目標，他開始創立頻道並上傳影片後，第一天有 1 位訂閱者，第二天新增 2 位訂閱者，第三天新增 4 位訂閱者，之後每一天新增的訂閱人數都是前一天新增人數的 2 倍，而且訂閱者都不會退訂。依此進行至第 n 天，小山的頻道總訂閱人數達到 100 萬人，試問 n 至少為何？

- (1) 18
- (2) 20
- (3) 22
- (4) 24
- (5) 26

4. 設函數 $y = \log_3 x$ 和 $y = \log_5 x$ 的圖形與直線 $x = a$ 分別交於 A 、 B 兩點，函數 $y = \log_3 x$ 和 $y = \log_5 x$ 的圖形與直線 $x = b$ 分別交於 C 、 D 兩點，其中 $a > 1$ 和 $b > 1$ 。若 $\overline{CD} = \frac{3}{2}\overline{AB}$ ，試選出 a ， b 間的關係式。

- (1) $2a = 3b$
- (2) $3a = 2b$
- (3) $a^2 = b^3$
- (4) $a^3 = b^2$
- (5) $a^9 = b^4$

二、多選題（占 32 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

5. 下列哪些函數的圖形，在坐標平面上經過平移(水平或鉛直移動)之後可與函數 $y = 3^x$ 的圖形重合。

- (1) $y = 3^{x+4}$
- (2) $y = 3^x - 4$
- (3) $y = 5 \cdot 3^x$
- (4) $y = 3^{5x}$
- (5) $y = (2^{\log_2 3})^x + 4$

6. 試選出下列正確的選項。

(1) $0.2^{-0.3} < 0.2^{0.3}$

(2) $2^{0.3} > 3^{0.2}$

(3) $\log_2 0.2 < \log_3 0.3$

(4) $(0.3)^{2000} + (0.3)^{2024} > 2 \cdot (0.3)^{2012}$

(5) $\log_3 \sqrt{2000 \cdot 2024} > \log_3 2012$

7. 設 $x = 2.5 \times 10^4$ ， $\log y = 3.5$ ，試選出下列正確的選項。

(1) $\log y$ 的尾數為 0.5

(2) y 的整數部分是 4 位數

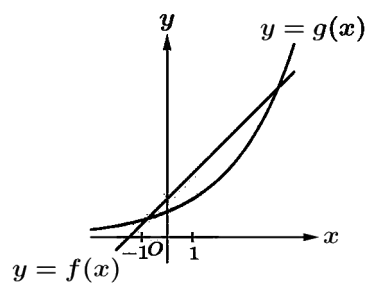
(3) $4xy^2$ 的整數部分是 12 位數

(4) $\log\left(\frac{y}{4x}\right)$ 的首數為 -1

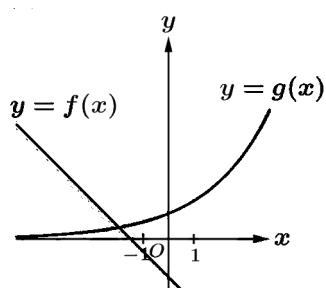
(5) $\frac{y}{4x}$ 的小數點後第一個不為 0 的數字是 3

8. 設 a 、 b 為兩實數，下列圖形中， $f(x) = ax + b$ 和 $g(x) = \left(\frac{b}{a}\right)^x$ 的圖形可能為哪些選項？

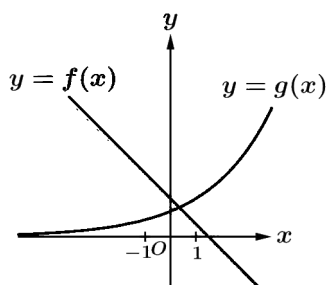
(1)



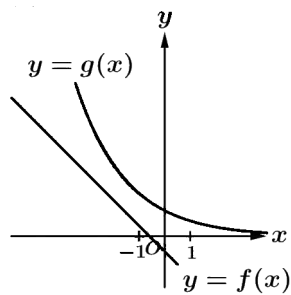
(2)



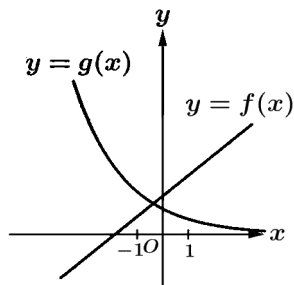
(3)



(4)



(5)



三、填充題（占 35 分）

說明：第 9 題至第 15 題，每題 5 分。

9. $\log_6 16 \times (\log_2 12 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 。$

10. $7^{\log_7 5} - 9^{\log_3 2} + 2^{\log_8 216} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 。$

11. 設 x 、 y 為兩實數，若 $\frac{x}{\log_5 3} + \frac{y}{\log_7 3} = 3$ ，則 $5^x \times 7^y = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 。$

12. 試解方程式 $\log(13x + 3) - 2\log x = 1$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 。$

13. 試問滿足不等式 $3 \cdot 4^x - 25 \cdot 2^{x+2} + 33 < 0$ 的整數解有 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ 個。$

14. 當一個自然數的所有小於它的正因數總和恰好等於它的值，此自然數稱為完美數 (perfect number)，例如：6 的正因數有 1、2、3(不包含 6)，而 $1+2+3=6$ ，所以 6 是完美數，而古希臘數學家歐幾里得發現如果一個偶數是完美數，則它的形式必為 $2^{n-1} \times (2^n - 1)$ ， n 為自然數，且 $2^n - 1$ 為一個質數。已知 $2^{17-1} \times (2^{17} - 1)$ 是一個完美數，試問此數字的位數為 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ 位。$

15. 天文學中，視星等 (m) 是根據從地球上觀察天空星體的明亮程度來定義，以織女星的亮度 F_0 為基準，若某個恆星的亮度為 F_x ，則此恆星的視星等 $m = -2.5 \cdot \log \left(\frac{F_x}{F_0} \right)$ 。已知太陽的視星等為 -26.74 ，而滿月的平均視星等為 -12.74 ，則太陽的亮度大約是滿月亮度的【 】倍。

(參考數值 $10^{0.4} \approx 2.512$ ， $10^{0.5} \approx 3.162$ ， $10^{0.6} \approx 3.981$ ， $10^{0.7} \approx 5.012$)

第貳部分：混合題 (占 13 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

16 — 18 題組

中山銀行 推出以下三種不同的存款方案供存戶選擇：

- A 方案：年利率 1%，每年一期複利計息一次。
- B 方案：每 2 年利率 2%，每 2 年一期複利計息一次。
- C 方案：每 4 年利率 4%，每 4 年一期複利計息一次。

小中 打算將 100 萬元一次存入銀行。試回答下列問題：

16. 試問小中要採用哪一種存款方案，存滿 12 年後一次全部提領出來，能拿到最多的本利和？(單選題，3 分)

(參考數值 $1.01^{12} \approx 1.127$ ， $1.02^6 \approx 1.126$ ， $1.02^{12} \approx 1.268$ ， $1.04^3 \approx 1.125$ ， $1.04^{12} \approx 1.601$)

- (1) A 方案
- (2) B 方案
- (3) C 方案
- (4) 三種方案都相同

17. 若小中 採用 A 方案，他至少需要存多少年，本利和才可以達到 200 萬元。(無條件進入至整數位)(填充題，4 分)

(參考數值 $\log 1.01 \approx 0.0043$ ， $\log 1.02 \approx 0.0086$ ， $\log 1.03 \approx 0.0128$)

18. 若小中 採用 B 方案，存滿 12 年；小山 採用 C 方案，每 4 年存入一筆固定金額，同樣存滿 12 年。若存滿 12 年後，兩人拿到的本利和金額相同，則小山 每次存入的固定金額為多少元？(四捨五入至千位數)(非選擇題，6 分)

(參考數值 $1.01^{12} \approx 1.127$ ， $1.02^6 \approx 1.126$ ， $1.02^{12} \approx 1.268$ ， $1.04^3 \approx 1.125$ ， $1.04^{12} \approx 1.601$)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3 2. 1 3. 2 4. 4

5. 1235 6. 34 7. 125 8. 124

9. 8

10. 7

11. 27

12. $\frac{3}{2}$

13. 7

14. 10

15. 398100

第貳部分：混合題

16. 1

17. 70 年

18. 347000 元