

台南市台南女中 113 下高二第一次期中考

一、單選題（占 40 分）

說明：第 1 題至第 8 題，每題 5 分。

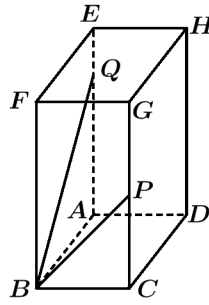
1. 設四點 $A(1, 1, 1)$ 、 $B(k, 5, 3)$ 、 $C(5, 5, 1)$ 、 $D(k, 5, 4)$ 四點共面，則 k 的值為下列哪一個選項？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

2. 平面 E 通過 x 軸正向上一點 $(a, 0, 0)$ 、 $(0, 0, -1)$ 及 $(0, 2, 0)$ ，且平面 E 與平面 $y - z = 4$ 的夾角為 30° ，則 a 的值為下列哪一個選項？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

3. 圖為一長方體 $ABCD - EFGH$ ， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AD} = 4$ 、 $\overline{AE} = 8$ 。 P 是 $\overline{CG}$ 的中點、 Q 在 $\overline{AE}$ 上且 $\overline{AQ} : \overline{QE} = 3 : 1$ 。 $\cos \angle PBQ$ 的值為下列哪一個選項？



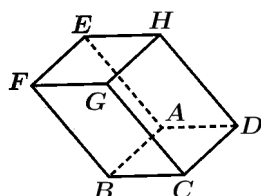
- (1) $\frac{3\sqrt{26}}{26}$
- (2) $\frac{3\sqrt{29}}{29}$
- (3) $\frac{3\sqrt{31}}{31}$
- (4) $\frac{3\sqrt{34}}{34}$
- (5) $\frac{3\sqrt{35}}{35}$

4. 已知 $A(1, -2, -1)$ 、 $B(3, -1, 0)$ ，且有一平面 $E : ax + by + cz = 1$ 通過點 $(7, 4, 2)$ 及 $(-5, -3, -3)$ 。若 $\overrightarrow{AB}$ 在 E 上的正射影長為 $\sqrt{6}$ ，則 $a - b - c$ 的值為下列哪個選項？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

5. 如圖，平行六面體 $ABCD - EFGH$ 的體積為 2，且 $\overrightarrow{AE} = (-4, 2, 5)$ 、 $\overrightarrow{BD} = (6, -4, k)$ 、 $\overrightarrow{BG} = (0, 1, 5)$ ，則 k 的值可能為下列哪個選項？

- (1) -6
- (2) -8
- (3) -10
- (4) -12
- (5) -14



6. 設 $A(3, 2, 1)$ 、 $B(1, 1, 1)$ 、 $\vec{u} = (2, 3, 6)$ ， P 點滿足 $\overrightarrow{AP}$ 在 $\vec{u}$ 上的正射影長為 6，則 $\overline{BP}$ 的最小值為下列哪個選項？

- (1) 5
- (2) 6
- (3) 7
- (4) 8
- (5) 9

7. 已知 $P(2, 1, -2)$ 在平面 $E: ax + by + cz = 0$ 上，且 $(a, b, c) \times (2, 1, -2) = (k, k + 1, k + 2)$ 。平面 $F: ax + by + cz = 10$ 和平面 E 的距離最接近下列哪個選項？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

8. $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 、 $\vec{w}$ 為不共平面的三個非零向量。若 $|\vec{u}| = 3$ 、 $|\vec{v}| = 7$ 、 $|\vec{w}| = 5$ 、 $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 的夾角為 45° 、 $\vec{v}$ 和 $\vec{w}$ 的夾角為 60° 、 $\vec{w}$ 和 $\vec{u}$ 的夾角為 45° ，則由 $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 、 $\vec{w}$ 所決定的平行六面體體積最接近下列哪個選項？

- (1) 47
- (2) 50
- (3) 53
- (4) 56
- (5) 59

二、多選題（占 24 分）

說明：第 9 題至第 12 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

9. 若 $A(-1, 1, 2)$ ， $B(1, 3, 3)$ ， $C(-2, -4, -4)$ ，請問下列選項哪些正確？

- (1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 18$
- (2) $\vec{AC}$ 在 $\vec{AB}$ 上的正射影為 $(-4, -4, 2)$
- (3) 點 C 在直線 AB 上的投影點為 $(-5, -3, 0)$
- (4) $\triangle ABC$ 的面積為 $3\sqrt{26}$
- (5) 點 C 至直線 AB 的距離為 $\sqrt{26}$

10. $ABCD$ 是一個四面體， $\overline{AB} = 3\sqrt{13}$ ， $\overline{DB} = 2\sqrt{13}$ ， $\overline{DC} = 4\sqrt{10}$ ， $\overline{BC}$ 上有一點 E 滿足下列三個條件： $\angle AED = 60^\circ$ 、 $\vec{BC}$ 垂直平面 AED 、 $\vec{DE} = \frac{2}{3}\vec{DB} + \frac{1}{3}\vec{DC}$ 。請選出正確的選項。

- (1) 若 θ 為平面 ABC 和平面 DBC 的夾角，則 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (2) $\angle AED > \angle ABD > \angle ACD$
- (3) $\overline{BC} > 14$
- (4) $\overline{AD} > 7$
- (5) 四面體 $ABCD$ 的體積 > 105

11. 空間中 $A(2, 1, -3)$ 、 $B(-13, 7, 6)$ 、 $D(8, -8, 12)$ 是箏形 $ABCD$ 的三個頂點，則下列哪些選項可以是 C 的坐標？

- (1) $(-13, -4, 37)$
- (2) $(-7, -10, 1)$
- (3) $(-4, -1, 13)$
- (4) $(0, -1, -1)$
- (5) $(-1, -2, 0)$

12. 下列敘述哪些是正確的？

(1) 不共平面的兩個正六邊形 $ABCDEF$ 、 $ABC'D'E'F'$ 有共同邊 $\overline{AB}$ ，則 $\overline{DD'} \perp \overline{DE}$

(2) 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$ 是空間中的四個非零向量，且 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 不平行。

若 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{d}$ 且 $\vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d}$ ，則 $\vec{c} = \vec{d}$

(3) 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$ 是空間中的四個非零向量，且 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 不平行。

若 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{d}$ 且 $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ ，則 $\vec{c} = \vec{d}$

(4) 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$ 是空間中的四個非零向量，且 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 不平行。

若 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{d}$ 且 $\vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d}$ ，則 $\vec{c} = \vec{d}$

(5) 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 是空間中的三個非零向量。若 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$

三、填充題（占 36 分）

說明：第 13 題至第 18 題，每題 6 分。

13. 已知三實數 x 、 y 、 z 滿足 $x + 3y - 2z = 28$ ，則 $x^2 + y^2 + z^2$ 的最小值為 13-1 13-2。

14. 已知 $A(6, -4, 4)$ ， $B(-2, 6, 0)$ ， $C(0, 2, 4)$ ， $O(0, 0, 0)$ ， $P(a, b, c)$ ，其中 a ， b ， c 皆為小於 0 的實數。 $\overrightarrow{OP}$ 同時垂直 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ ，且 $|\overrightarrow{OP}| = 6$ ，則 $a + b + c =$ 14-1 14-2 14-3。

15. 通過 $(-1, 3, 1)$ 、 $(1, 1, 2)$ 、 $(3, 2, 1)$ 三點的平面方程式為 $x + by + cz = d$ ，則 $b + c + d =$ 15-1 15-2。

16. 實數 a 、 b 、 c 、 x 、 y 、 z 滿足 $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ 及 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ，

則 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$ 的最大值為 16-1 16-2。

17. 已知 $\overrightarrow{OA} = (0, 1, 2)$ ， $\overrightarrow{OB} = (1, 2, 3)$ ，且令 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，其中 $-1 \leq x \leq 2$ ， $4 \leq y \leq 5$ ，則所有 P 點所形成區域的面積為 17-1 $\sqrt{\text{17-2}}$ 。(化為最簡根式)

18. $\begin{vmatrix} 2023 & 112 & 202 \\ 2024 & 113 & 203 \\ 2025 & 114 & 205 \end{vmatrix} =$ 18-1 18-2 18-3 18-4。

参考答案

1. 5 2. 2 3. 1 4. 3 5. 4 6. 1 7. 4 8. 3

9. 35 10. 1234 11. 13 12. 135

13. 56

14. -10

15. 27

16. 28

17. $3\sqrt{6}$

18. 1911