

台北市師大附中 113 下高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 86 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

1. 已知空間中兩平面 E_1 和 E_2 ，求 $E_1: x + 2y - 2z = 7$ ， $E_2: 2x + 4y - 4z = 5$ 之間的距離為何？

(1) $\frac{2}{3}$

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{1}{3}$

(4) 3

(5) 2

2. 若空間中的 yz 平面與平面 $2x - 3y + 6z = 12$ 的兩面角為 θ ，求 $\sin \theta = ?$

(1) $\frac{2}{7}$

(2) $\frac{\sqrt{13}}{7}$

(3) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$

(4) $\frac{3\sqrt{5}}{7}$

(5) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$

3. 已知小義 三分球命中率為 0.25，每次投球進球與否，互不影響。若欲使至少命中一球的機率大於等於 0.97 以上，請問小義 至少須投幾球呢？

- (1) 9
- (2) 10
- (3) 11
- (4) 12
- (5) 13

4. 附中合作社 舉辦 78 週年校慶抽抽樂活動，若每次抽獎的中獎機率皆為 $\frac{1}{2}$ 。獎品共四份，分別是附中鑰匙圈 2 個，及一之軒 一週早餐券 2 張，中獎者可依照中獎先後順序任選其中一份獎品。甲乙丙丁戊己庚七人依序參加抽獎活動，每人只能抽獎一次，當所有的獎品被抽完後，立刻結束此抽獎遊戲。則在戊可以參加抽獎遊戲的條件下，庚可以參加抽獎遊戲的機率為何？

- (1) $\frac{7}{10}$
- (2) $\frac{8}{11}$
- (3) $\frac{3}{4}$
- (4) $\frac{10}{13}$
- (5) $\frac{11}{14}$

5. 已知空間中兩定點 $A(-3, 0, 2)$ 、 $B(2, 8, 6)$ ，動點 P 落 x 軸上，使得 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 有最小值 m ，則 $m = ?$

- (1) 7
- (2) 11
- (3) 13
- (4) 17
- (5) 23

二、多選題（占 16 分）

說明：第 6 題至第 7 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

6. 空間中兩直線 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{1-y}{2} = \frac{z-2}{2}$ ， $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{a} = \frac{z-1}{b}$ ， $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ，則下列哪些選項錯誤？

- (1) 若 $L_1 // L_2$ ，則 $a = 4$
- (2) 若 $L_1 // L_2$ ，則 L_1 和 L_2 這兩條平行線距離為 3
- (3) 若 $a = -10$ ，且 $b = 7$ 時， L_1, L_2 交於一點，此交點為 $(3, -5, 8)$
- (4) 若 $a = -10$ ，且 $b = 7$ 時，則包含 L_1, L_2 之平面方程式為 $2x - y - 2z = 5$
- (5) 若 $a = 3$ ，且 $b = 2$ 時，則 L_1, L_2 距離為 $\frac{3\sqrt{17}}{17}$

7. 不透明的袋子裡裝有大小相同、觸感相同的 3 顆紅球、2 顆藍球、及 1 顆綠球，每次隨機從袋子抽取一球，則下列哪些選項正確？

- (1) 若取後放回，則第 3 次抽到紅球的機率為 $\frac{1}{2}$
- (2) 若取後不放回，則第 3 次抽球到紅球的機率為 $\frac{1}{2}$
- (3) 若取後不放回，則在第 1 次抽球抽到藍球的條件下，到第 3 次抽球才抽到第 1 顆紅球的機率為 $\frac{3}{20}$
- (4) 若取後不放回，則在第 3 次抽球抽到第 1 顆藍球的條件下，到第 6 次抽球才抽完最後 1 顆紅球的機率為 $\frac{3}{20}$
- (5) 若取後不放回，則在這六次的抽球過程中，紅球比其他色球先取完的機率為 $\frac{3}{20}$

三、填充題（占 40 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每格 5 分。

8. 空間中一定點 $P(5, 0, 7)$ 及一平面 $E: 3x + 4z = 93$ ，求：

(1) P 點到 E 平面距離為 $\frac{8-1}{8-2}$ 。

(2) 求 P 點關於平面 E 之對稱點坐標 $(\frac{8-3}{8-4}, \frac{8-5}{8-6}, \frac{8-7}{8-7})$ 。

9. (1) 若空間中的 x 軸與平面 $F: 3x - 2y + 6z = 12$ 的夾角為 θ ，

$$\text{求 } \tan \theta = \frac{\frac{9-1}{9-2} \sqrt{\frac{9-3}{9-4}}}{\frac{9-5}{9-6}}。$$

(2) 通過定點 $Q(5, 1, 6)$ 且與空間中兩直線 $L_1: \begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ 及 $L_2: \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 2s \\ z = -2s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$

皆平行的平面方程式，其 y 軸截距為何？ $\frac{9-7}{9-7}$ 。

10. 擲兩顆公正骰子一次。 A 事件代表兩顆骰子點數和為質數， B 事件代表兩顆骰子點數相異，求

$$P(B | A) = \frac{\frac{10-1}{10-2}}{\frac{10-3}{10-4}}。$$

11. 已知 A 、 B 、 C 為樣本空間 S 的三個事件。已知 A 事件與 B 事件獨立，且 B 事件與 C 事件互斥。若 $P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.2$ ， $P(C) = 0.3$ ， $P(A - C) = 0.4$ ，求

$$P(A' \cap B | C') = \frac{\frac{11-1}{11-2}}{\frac{11-2}{11-2}}。$$

12. 學生會關於南樓餐廳滿意程度問卷調查如下：

滿意程度 性別	滿意	不滿意	合計人數
男生	a	c	120
女生	b	d	40
合計人數	92	68	160

若我們希望此次調查的滿意程度與性別無關，則 $a = \frac{\frac{12-1}{12-2}}{\frac{12-2}{12-2}}$ 。

13. 已知某地區人口罹患肝癌的比率 10%，現在有一種新型醫療肝癌檢測技術能將罹患肝癌的人口 95% 檢驗出來，但它卻會將沒有罹患肝癌 10% 的人誤診為罹患肝癌。假設某人參加該種新型肝癌醫療技術檢測，檢驗報告書指出他罹患肝癌，試問他真的罹患肝癌的機率為

0. 13-1 13-2 13-3 13-4。(請四捨五入取到小數點後第四位)

第貳部分：混合題（占 14 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

14. 若空間中直線 $L: \begin{cases} x - y + z = 3 \\ x - 2y + 4z = d \end{cases}$ 可表示成比例式 $L: \frac{x-a}{2} = \frac{y+2}{b} = \frac{z}{c}$ ， $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ， $b \neq 0$

且 $c \neq 0$ ，則下列選項何者正確？

(多選題，5 分，5-3-1-0)

- (1) $a = 1$
- (2) 在 a, b, c, d 四個數字中，以 b 為最大數字
- (3) c 為質數
- (4) $a + c = 4$
- (5) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ 為完全平方數

15. 承上題，求 $P(5, -1, 3)$ 到直線 L 的距離為何？ $\sqrt{\textcircled{15}-1 \cdot \textcircled{15}-2}$ （選填題，3 分）

16 — 17 題組

16. 空間中有一個四邊形 $ABCD$ 區域，若 $A(0, 1, 2)$ 、 $B(4, 2, 1)$ 、 $C(6, 7, 5)$ 、 $D(0, 4, 5)$ ，試問此四邊形 $ABCD$ 是什麼形狀？（單選題，3 分）

- (1) 平行四邊形
- (2) 梯形
- (3) 等腰梯形
- (4) 菱形
- (5) 箏形

17. 承上題，射擊手帥星參加該場射擊比賽且 $ABCD$ 及其內部為為靶面區域，若他射擊飛行軌道是沿著直線 L 飛往靶面方向，假設線段 $\overline{AC}$ 與線段 $\overline{BD}$ 交於 O 點，直線 L 與 $ABCD$ 所在的平面交於 P 點，試問 $\overline{OP}$ 長度為何？

$$\frac{\sqrt{\textcircled{17}-1 \cdot \textcircled{17}-2}}{\textcircled{17}-3} \quad (\text{選填題，3 分})$$

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 2 2. 4 3. 5 4. 1 5. 3

6. 14 7. 125

8. (1) 10 ; (2) (17, 0, 23)

9. (1) $\frac{\pm 3\sqrt{10}}{20}$; (2) 7

10. $\frac{14}{15}$

11. $\frac{1}{7}$

12. 69

13. 0.5135

第貳部分：混合題

14. 15

15. $2\sqrt{3}$

16. 5

17. $\frac{\sqrt{26}}{2}$