

高雄市高雄女中 113 下高二第一次期中考

一、多選題（占 21 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 7 分。(7-5-2-0)

1. 坐標空間中，已知 $\vec{u} = (4, 2, 0)$ ， $\vec{u} \times \vec{v} = (-1, 2, 4)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $\vec{v}$ 可能為 $(3, 2, -1)$
- (2) 若 $|\vec{v}| = \sqrt{5}$ ，則 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 的夾角大於 $\frac{\pi}{6}$
- (3) 若 $|\vec{v}| = \sqrt{5}$ ，則 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{70}$
- (4) 若 $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\sqrt{6}$ ，則 $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| = 6$
- (5) 若 $|\vec{u} \cdot \vec{v}| + |\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ ，則 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 垂直

2. 在空間坐標系中，已知 $A(3, 2, 4)$ ， $B(-5, 2, 6)$ 。設 P 是一個動點滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，試問下列敘述何者正確？

- (1) P 所形成的圖形是一直線
- (2) 若 P 在 x 軸上，則 P 恰有一解
- (3) 若 P 在 y 軸上，則 P 恰有一解
- (4) 若 P 在 x 軸上且直線 L 是線段的中垂線，則 P 是 L 與 x 軸的交點
- (5) 若 P 在 xy 平面上，則 P 所形成的圖形是一直線

3. 空間中 $\vec{OA}$ ， $\vec{OB}$ ， $\vec{OC}$ 兩兩互相垂直。已知 $\vec{OA} - \vec{OB} = (1, 3, -2)$ ，且 $\vec{OB} - \vec{OC} = (-5, 0, 2)$ 。試問下列何者正確？

- (1) $\triangle ABC$ 的面積為 $5\sqrt{13}$
- (2) $|\vec{OB}| = 3$
- (3) $|\vec{AC}| = 5$
- (4) 四面體 $OABC$ 之體積為 $\frac{50}{3}$
- (5) 點 B 到直線 AC 的距離為 $\sqrt{13}$

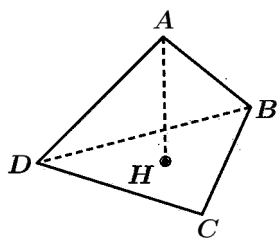
二、填充題（占 79 分）

說明：第 4 題至第 17 題。

4. 圖是一個四面體， H 為頂點 A 在底面 BCD 的投影點。已知底面 BCD 是邊長為 6 的正三角形，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 3$ 。

(1) 求 $\overline{AH} =$ 【 】。

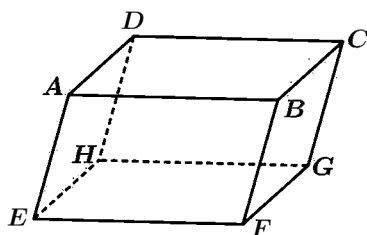
(2) 若平面 ADC 與平面 ABC 所夾的兩面角為 θ ，求 $\cos \theta =$ 【 】。



5. 坐標空間中， $P(2, 3, -4)$ ， $Q(5, -6, 6)$ ，若 R 在直線 PQ 上，但不在線段 PQ 上，且 $5\overrightarrow{PR} = 2\overrightarrow{QR}$ ，求 R 點坐標為【 】。

6. 坐標空間中 O 為原點，點 P 在第一卦限且 $\overrightarrow{OP}$ 與 x 軸正向夾角為 60° ， $\overrightarrow{OP}$ 在 xy 平面的正射影長為 $5\sqrt{3}$ ， $\overrightarrow{OP}$ 在 xz 平面的正射影長為 $5\sqrt{2}$ ，則 P 點的坐標為【 】。

7. 圖平行六面體中，若 $A(0, 0, 0)$ ， $B(3, 7, 2)$ ， $D(-5, 2, 4)$ ， $E(-2, 2, -5)$ ，求 $\overline{AG} =$ 【 】。

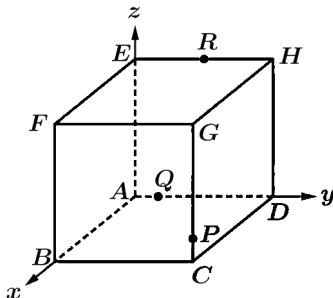


8. 設 $A(1, -1, -5)$ ， $B(4, -2, -4)$ ， $C(3, 5, -1)$ ， $D(3, 3, 7)$ ，求：

(1) 三角形 ABC 的面積 =【 】。

(2) D 到平面 ABC 的距離 =【 】。

9. 如圖，正立方體 $ABCDEFGH$ 中， P 在 $\overline{CG}$ 上， Q 在 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{CP} : \overline{PG} = \overline{AQ} : \overline{QD} = 1 : 5$ ， R 是 $\overline{EH}$ 的中點。若平面 PQR 交線段 $\overline{CB}$ 於 K 點，求 $\frac{\overline{BK}}{\overline{KC}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



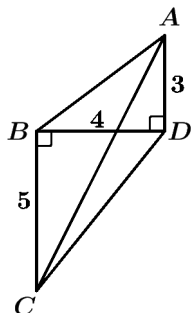
10. 在坐標空間中， $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$ 為四個非零向量，滿足 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ ， $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{d}$ ，且 $|\vec{a}|$ 、 $|\vec{c}|$ 、 $|\vec{d}|$ 成等比數列。設 $|\vec{a}| = 10$ ，求 $|\vec{d}| = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

11. 空間中三向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 所張的平行六面體體積為 30，則 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 、 $\vec{b} - 4\vec{c}$ 、 $\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ 三個向量所張的平行六面體體積為 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

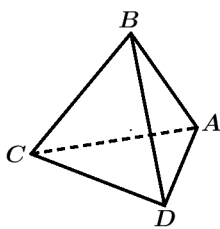
12. 已知 $a + b + c = 3$ 、 $ab + bc + ca = -6$ 、 $abc = -8$ ，則 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

13. $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 8$ 、 $\overline{AC} = 6$ ，若內一點 P 到 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 三邊的距離分別為 x 、 y 、 z ，求 $(x + \sqrt{5})^2 + 4y^2 + 9z^2$ 的最小值為 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

14. 如圖， $ABCD$ 為四面體，已知 $\overline{AD} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{BD} \perp \overline{BC}$ 。平面 BCD 與平面 ABD 所夾的二面角為 θ ，且 $\cos \theta = -\frac{1}{6}$ 。若 $\overline{AD} = 3$ 、 $\overline{BD} = 4$ 、 $\overline{BC} = 5$ ，則 $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



15. 圖正四面體 $ABCD$ 中，稜長為 6， P 在 $\overline{BD}$ 上， Q 在 $\overline{AC}$ 上， R 在 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{BP} : \overline{PD} = \overline{AQ} : \overline{QC} = \overline{AR} : \overline{RD} = 1 : 2$ ，求 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{CR} =$ 【 】。



16. 已知 $\vec{a} = (1, 2, -2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ， $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ ， $\vec{a} \times \vec{b} = (4, -5, -3)$ 。設 $|\vec{c}| = 5$ ， $\vec{c} \cdot \vec{a} = 10$ ，求

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \text{ 的最大值為【 】。}$$

17. 已知 $\vec{u} = (4, 3, 1)$ ， $\vec{v} = (2, 1, -1)$ ， $\vec{w} = (4, 0, 6)$ 。設 $\vec{p} = \vec{w} + m\vec{u} + n\vec{v}$ ， $m, n \in \mathbb{R}$ ，若 $\vec{p} \perp \vec{u}$ ， $\vec{p} \perp \vec{v}$ ，求 $|\vec{p}| =$ 【 】。

参考答案

1. 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.
- 10.
- 11.
- 12.
- 13.
- 14.
- 15.
- 16.
- 7