

113 學年度第二學期第一次定期考高二數學 A 試題

命題範圍：第一章空間向量

一、單選題：(占 54 分)

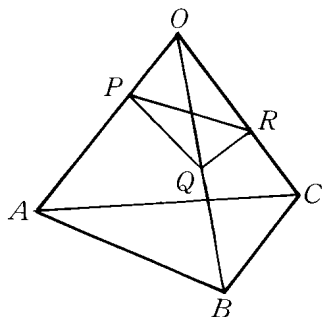
第 1 到 9 題劃記在答案卡所標記的列號 (1-9)，每題答對得 6 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項，該題得 0 分。

1. $\vec{OA} = (2, 10, 11)$, $\vec{OB} = (1, 2, 2)$, $\vec{OC} = \vec{OA} + t\vec{OB}$, 若 $\vec{OC}$ 平分 $\angle AOB$, 且 $t > 0$, 則 t 之值為下列那一個選項？

(1) 3 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8

2. 三角錐 $O-ABC$, 在 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ 上各取一點 P 、 Q 、 R , 使得 $\overline{OP} : \overline{PA} = 1 : 3$, $\overline{OQ} : \overline{QB} = 2 : 5$, $\overline{OR} : \overline{RC} = 4 : 3$, 則錐體 $O-ABC$ 與 $O-PQR$ 之體積比為下列那一個選項？

(1) 45 : 8 (2) 49 : 2 (3) 49 : 8 (4) 147 : 8 (5) 196 : 45



3. 若 x , y 為實數, 則 $\sqrt{(x-5)^2 + (y-4)^2 + 36} + \sqrt{(x+3)^2 + (y+5)^2 + 36}$ 的最小值為下列那一個選項？ (1) 15 (2) 16 (3) 17 (4) 18 (5) 19

4. 空間中有 A, B, C, D 四點, 已知 $\overline{AB} = 1$, $\overline{AC} = 2$, $\overline{AD} = 3$, 若 $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$ 倆倆的夾角均為 120° , 求 $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ 的長度為下列那一個選項？ (1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{13}$ (4) $\sqrt{19}$ (5) $\sqrt{23}$

5. $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 16$, $\overline{AC} = 12$, P 為 $\triangle ABC$ 內部之一點, 設 P 到 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 之距離分別為 x, y, z , 則 $4x^2 + y^2 + 9z^2$ 之最小值為下列那一個選項？

(1) 10 (2) 15 (3) 20 (4) 25 (5) 30

6. 設 $P(-2,-3,-4)$ ， A ， B ， C 分別在 x 軸， y 軸， z 軸上，則 $\overrightarrow{PA}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + \overrightarrow{CP}^2$ 的最小值為下列那一個選項？(1) 12 (2) 18 (3) 24 (4) 36 (5) 48
7. 設 $(0, \sqrt{3}, \sqrt{6})$ ， $(0, \sqrt{3}, -\sqrt{6})$ ， $(0, -\sqrt{3}, \sqrt{6})$ ， $(0, -\sqrt{3}, -\sqrt{6})$ 為一正立方體的四個頂點，求此正立方體的體積為下列那一個選項？
(1) $2\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $16\sqrt{2}$ (4) $24\sqrt{3}$ (5) $81\sqrt{3}$
8. 已知空間中三向量 $\overrightarrow{a} = (1, 0, -2)$ ， $\overrightarrow{b} = (1, -1, 0)$ ， $\overrightarrow{c} = (-1, 2, 2)$ ，若 θ 為 $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{c}$ 的夾角，則 $\cos \theta$ 之值為下列那一個選項？
(1) $\frac{8}{9}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) 0 (4) $-\frac{4}{9}$ (5) $-\frac{8}{9}$
9. 三階行列式 $\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$ 可化簡為下列那一個選項？
(1) $abc(a+b+c)$
(2) $(a-b)(b-c)(c-a)$
(3) $(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$
(4) $(a+b)(b+c)(c+a)(a+b+c)$
(5) $(a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca)$

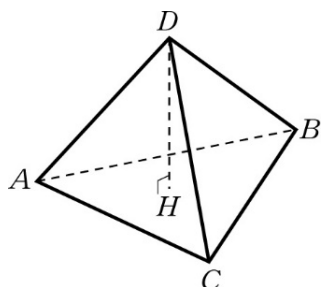
二、多選題（占 16 分）

第 10 到 11 題劃記在答案卡所標記的列號（10—11），每題有 5 個選項，至少有一個是正確或最適當的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對得 8 分；答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯多於 2 個選項或該題未作答得 0 分。

10. 設多項式 $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & x+1 & 3x^2-1 \\ x & x^2-2 & x-3 \\ x^2-1 & x+1 & x-1 \end{vmatrix}$ ，則下列選項那些正確？

(1) $f(x)$ 的常數項為 8 (2) $f(x)$ 的各項係數和為 10 (3) $f(x)$ 的各奇次項係數和為 3 (4) $f(x)$ 的各偶次項係數和為 5 (5) $f(x)$ 的領導係數為 3

11. 如附圖，若 $D-ABC$ 為一正四面體，邊長為 6， $\overline{DH}$ 垂直平面 ABC 於 H ，則下列選項那些正確？



- (1) H 為 $\triangle ABC$ 之重心
 (2) $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$
 (3) $\overline{DH} = 2\sqrt{6}$
 (4) 若平面 ABC 與平面 ADC 的夾角為 θ ，則 $\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (5) M 為 $\overline{AC}$ 中點，則 $\triangle DMB$ 為等腰三角形

三、選填題（占 30 分）

須依各題的答案格式填答於答案卡上，答案卡上的每一個列號只能在一個格子劃記。例如，若答案格式是 $\frac{(48)(49)}{(50)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{-3}{4}$ ，則考生必須分別在答案卡的第 48、

49、50 列劃記如下：

48	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐
49	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
50	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

第 A 到 E 題劃記在答案卡所標記的列號（12-28），每題完全答對得 6 分；未作答或未完全答對得 0 分。

- A. 空間中三點 $A(4,2,1)$ ， $B(8,2,4)$ ， $C(6,4,2)$ ，若 $\angle BAC$ 的外角平分線交直線 BC 於 Q ，則 Q 點坐標為(12)，(13)，(14) (15)

B. 設 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{c}$, 已知 $\overrightarrow{a}$ 在 $-2\overrightarrow{b}$ 上之正射影為 $(57, 15, -8)$, $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$,

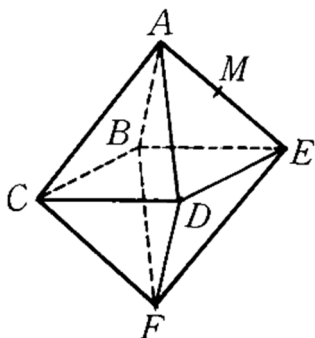
則 $\overrightarrow{c}$ 在 $6\overrightarrow{b}$ 上之正射影為 (16) (17), (18) (19) , (20) (21))。

C. 已知平行六面體

$$S = \{(x, y, z) | 0 \leq x + y \leq 6, 0 \leq y + z \leq 6, 0 \leq z + x \leq 6, x \in R, y \in R, z \in R\} ,$$

則平行六面體 S 的體積為 (22) (23) (24))。

D. 如附圖之正八面體中 , $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{AE}$ 之中點為 M , 則 $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的值為 (25) (26))。



E. 空間坐標系中 , $O(0, 0, 0)$, 在 x 、 y 、 z 軸上各取 A 、 B 、 C 三點 , 使

$$\overline{AB} = 2 , \overline{AC} = 3 , \angle BAC = 60^\circ , \text{ 則 } O \text{ 到平面 } ABC \text{ 之距離為 } \left(\frac{\sqrt{27}}{28} \right) .$$