

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第一學期高二數 A 第一次期中考試題卷

一、單選題 (28 分)

說明：第 1 至 4 題為單選題，每題答對者得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

1. 設 $a = \sin 12^\circ \cos 34^\circ + \cos 56^\circ \sin 78^\circ$ ， $b = \cos 70^\circ \cos 40^\circ + \cos 50^\circ \cos 20^\circ$ ， $c = \cos(-7)^\circ \sin 157^\circ + \sin 67^\circ \cos 83^\circ$ ，試問 a, b, c 的大小關係為下列何者？

(1) $a > b > c$ (2) $b > c > a$ (3) $c > a > b$ (4) $b > a > c$ (5) $c > b > a$

2. 設 $\sin \alpha = 0.6$ ， $\sin \beta = 0.8$ ， $\cos \alpha \cdot \cos \beta < 0$ ，其中 α, β 為實數，試問 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值為下列何者？

(1) -1 (2) -0.96 (3) 0 (4) 0.96 (5) 1

3. 在直角三角形 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \frac{\pi}{2}$ (徑)， $\angle A = 2\alpha$ (徑)，以點 A 為圓心， $\overline{AB}$ 為半徑做圓弧 BD 交 $\overline{AC}$ 於 D 。

已知扇形 ADB 的面積為 $\triangle ABC$ 的 $\frac{1}{3}$ 倍，試問 $\frac{\tan 2\alpha}{3\alpha}$ 的值為下列何者？

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

4. 設 $180 \leq x \leq 360$ ，且 $(60x)^\circ$ 與 x (徑) 所代表的角為同界角，試問 x 的值較接近下列何者？

(1) 190 (2) 210 (3) 240 (4) 270 (5) 300

二、多選題 (30 分)

說明：第 5 至 7 題為多選題，每題全對得 10 分、錯一個選項得 9 分、錯二個選項得 7 分、錯三個選項得 4 分，其餘皆為 0 分。

5. 試問下列哪些函數的圖形與 $y = \cos(2x - \pi)$ 的圖形重合？

(1) $y = \sin(2x - \frac{\pi}{2})$

(2) $y = \cos(2x - 2\pi)$

(3) $y = 2\cos(x - \frac{\pi}{2})$

(4) $y = \sin(2x + \frac{3\pi}{2})$

(5) $y = \cos(2x + \pi)$

6. 將 $y = f(x) = 2\sin 3x$ 的函數圖形，先以 y 軸為基準線，水平伸縮為原來的 2 倍，再向右平移 π 單位，得到 $y = g(x)$ 的函數圖形，試選出正確的選項。

(1) $y = f(x)$ 的函數圖形的週期為 6π

(2) $y = f(x)$ 的函數圖形對稱於直線 $x = -\frac{\pi}{6}$

(3) 若 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ，則 $f(x)$ 的最大值為 2，且最小值為 -2

(4) $g(x) = 2\sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{2})$

(5) $y = g(x)$ 的函數圖形對稱於點 $(\frac{\pi}{3}, 0)$

7. 設 $f(x) = 3a\sin x - 4b\cos x$ ，其中 a, b 為實數，試選出正確的選項。

(1) 若 $a = 5, b = 9$ ，則 $y = f(x)$ 的函數圖形，其振幅為 39

(2) 若 $a = b = 2$ ，則 $f(x)$ 可寫成 $f(x) = 10\sin(x - \theta)$ ，其中 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ， $\sin \theta = -\frac{4}{5}$

(3) 若 $a = b = 1$ ，則 $f(x)$ 可寫成 $y = -5\cos(x - \varphi)$ ，其中 $\cos \varphi = \frac{4}{5}$ ， $\sin \varphi = -\frac{3}{5}$

(4) 若 $a = b$ ，則 $f(x)$ 的最大值為 $f(\alpha)$ ，其中 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ， $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

(5) 若 $3a = 4b = \sqrt{2}$ ，且 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則 $f(x) > 1$ 的解為 $\frac{5\pi}{12} < x < \frac{13\pi}{12}$

三、選填題 (42 分)

說明：第 A 至 F 題為選填題，每題完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若 $\frac{1}{a} = \cos \frac{\pi}{6}$ ， $\frac{1}{b} = \sin \frac{\pi}{4}$ ， $\frac{1}{c} = \tan \frac{\pi}{3}$ ，且 $a + b + c = \sqrt{m} + \sqrt{n}$ ，其中 m, n 為自然數，則 $m + n = \underline{\textcircled{8}}$ 。

B. 若 $\tan \theta = \sqrt{4 - \sqrt{15}}$ ，則 $\tan 2\theta$ 的值為 $\frac{\sqrt{\textcircled{9}}}{\textcircled{10}}$ 。

C. 平面上，設極坐標系與直角坐標系的原點重合，且極軸恰為 x 軸的正向，

若點 $A[2, \theta]$ 的直角坐標為 $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{6}}{3})$ ，則點 $B[3, 2\theta]$ 的直角坐標為 $(\textcircled{11}\textcircled{12}, \textcircled{13}\textcircled{14}\sqrt{\textcircled{15}})$ 。

D. 若 $-\frac{5\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ，則方程式 $\tan x \leq \cos x$ 的實根個數為 $\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}\textcircled{19}}$ 。

E. 設 $7\pi \leq 3\theta \leq 8\pi$ ，若 $\sin 2\theta \leq \frac{8}{17}$ ，則 $\tan \theta$ 的值為 $\underline{\textcircled{20}}$ 。

F. 設 $4\pi \leq 2\theta \leq 5\pi$ ，且坐標平面上有三條相異直線 $L_1: 2x + y - 5 = 0$ ， $L_2: x - y + 2 = 0$ ， $L_3: \tan \theta x - y + 3 = \sqrt{3}$ 。
若此三條直線將平面分割成個 6 區域，則滿足上述條件的所有 θ 的和為 $\frac{\textcircled{21}\textcircled{22}}{\textcircled{23}\textcircled{24}}\pi$ 。

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第一學期高二數 A 第一次期中考參考答案

一、單選題 (28 分)

題號	1	2	3	4
答案	(4)	(2)	(1)	(4)

二、多選題 (30 分)

題號	5	6	7
答案	(1)(4)(5)	(2)(3)(5)	(1)(3)(5)

三、選填題 (42 分)

題號	A	B	C	D	E	F
答案	5	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$(-1, -2\sqrt{3})$	2	4	$\frac{55}{12}\pi$