

台北市中山女高 113 下高一期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 92 分）

一、是非題（占 8 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 2 分。

1. $\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ = 1$

2. $\tan 38^\circ \times \tan 52^\circ = 1$

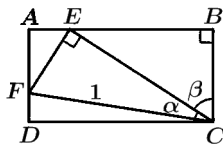
3. $\cos (180^\circ - 263^\circ) = -\cos 263^\circ$

4. $\sin 140^\circ > \sin 50^\circ$

二、單選題（占 15 分）

說明：第 5 題至第 7 題，每題 5 分。

5. 如圖，矩形 $ABCD$ 中， E 為 $\overline{AB}$ 上的一點， F 為 $\overline{AD}$ 上的一點， $\angle CEF = 90^\circ$ ，且 $\overline{CF} = 1$ 。設 $\angle ECF = \alpha$ ， $\angle ECB = \beta$ ，則 $\overline{AF}$ 可表示為下列哪一個選項？



- (1) $\sin \alpha \times \sin \beta$
- (2) $\sin \alpha \times \cos \beta$
- (3) $\cos \alpha \times \sin \beta$
- (4) $\cos \alpha \times \cos \beta$
- (5) $\sin \alpha \times \tan \beta$

6. 小廷在 300 公尺高的山丘頂 D 點上，觀察山腳下兩棵松樹 A 與 B ，他測得樹 A 在山丘的正東方，俯角為 60° ；又測得樹 B 在山丘的正北方，俯角為 45° ，則松樹 A 與 B 之間的距離為下列哪一個選項？

- (1) $100\sqrt{3}$ 公尺
- (2) 200 公尺
- (3) $200\sqrt{3}$ 公尺
- (4) $300\sqrt{3}$ 公尺
- (5) 600 公尺

7. 設 $a = \sin 110^\circ$ ， $b = \cos 110^\circ$ ， $c = \tan 110^\circ$ ，則 a ， b ， c 三數的大小關係為下列哪一個選項？

- (1) $a > b > c$
- (2) $a > c > b$
- (3) $b > a > c$
- (4) $b > c > a$
- (5) $c > a > b$

三、多選題（占 24 分）

說明：第 8 題至第 10 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

8. 已知 θ 為第二象限角，若 $\sin \theta = \frac{1}{4}$ ，試選出正確的選項。

(1) $\frac{\theta}{2}$ 為第一象限角

(2) $\cos(-\theta) = \frac{\sqrt{15}}{4}$

(3) $\cos(\theta - 180^\circ) = -\frac{1}{4}$

(4) $\cos(\theta + 90^\circ) = -\frac{1}{4}$

(5) $\tan(540^\circ + \theta) = -\sqrt{15}$

9. $\triangle ABC$ 中， $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 $15\sqrt{7}$ ，試選出正確的選項。

(1) $\triangle ABC$ 為銳角三角形

(2) $\overline{AB} = 6$

(3) $\sin C = \frac{\sqrt{63}}{8}$

(4) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑大於 6

(5) 設 M 為 $\overline{AC}$ 邊上的中點，則 $\overline{BM} = \sqrt{73}$

10. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 30^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ，試選出正確的選項。

(1) 若 $\overline{BC} = 5$ ，則可確定 $\sin C$ 唯一的值

(2) 若 $\overline{BC} = 5$ ，則可確定 $\triangle ABC$ 唯一的外接圓半徑

(3) 若 $\overline{BC} = 5$ ，則可確定 $\triangle ABC$ 唯一的內切圓半徑

(4) 若 $\overline{BC} = 4$ ，則可確定 $\triangle ABC$ 唯一的面積

(5) 若 $\overline{BC} = 9$ ，則可確定 $\tan C$ 唯一的值

四、填充題（占 45 分）

說明：第 11 題至第 19 題，每題 5 分。

11. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，且 $\overline{BC} = 2$ ，則 $\overline{AC}$ 的長度為【 】。

12. 坐標平面上，直線 $L_1 : 3x + \sqrt{3}y = 1$ 與 $L_2 : x - y = 2025$ 的銳夾角為【 】。

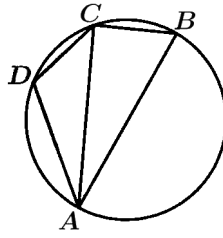
13. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\overline{BC}$ 邊上的高是 $\overline{AB}$ 邊上的高的 4 倍，則 $\cos B$ 的值為【 】。

14. 設 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，且 $\frac{2}{\cos \theta} - 3 \tan \theta \sin \theta = 2$ ，則 $\cos \theta$ 的值為【 】。

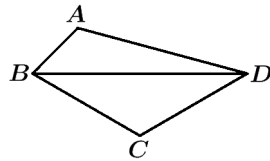
15. 坐標平面上有一正六邊形 $ABCDEF$ ，設 A 點為原點（極點），若 C 點的極坐標為 $[6, 37^\circ]$ ，則 D 點的極坐標為【 】。（有兩解，角度請以介於 0° 與 360° 之間的角度表示）

16. 坐標平面上有三個相異的點 $A(5, 0)$ ， $B(-10, 0)$ ， $C(5 \cos \theta, 5 \sin \theta)$ ，其中 $0^\circ \leq \theta < 510^\circ$ ，則滿足 $\triangle ABC$ 的面積為 15 的 θ 共有【 】個。

17. 如圖所示，圓 O 上有相異四點 A, B, C, D ，其中 A 點與其它三個點的距離分別為 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AC} = 11$ ， $\overline{AD} = 8$ ，若 $\overline{AC}$ 為 $\angle BAD$ 的角平分線，則 $\overline{BC}$ 的長度為【 】。



18. 四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{3} - 1$ ， $\overline{BC} = \overline{CD} = \sqrt{2}$ ， $\overline{DA} = 2$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ，如圖所示，則四邊形 $ABCD$ 的面積為【 】。



19. $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{CA} = 5$ 。設 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，滿足 $\overline{PA} = 3$ ， $\overline{PB} = 5$ ，則 $\overline{PC}^2 =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 8 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

20 — 21 題組

圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{CD} = 1$ ，且 $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ ，則：

20. 設 $\overline{AD} = a$ ， $\overline{BC} = 2a$ ， $\angle ABC = \theta$ ，試求 $\cos \theta$ （以 a 表示）。（非選擇題，5 分）

21. 承 20 題，試說明 a 為多少時 $\angle ABC$ （也就是 θ ）最大。（非選擇題，3 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. $\bigcirc$ 2. $\bigcirc$ 3. $\bigcirc$ 4. $\times$

5. 1 6. 3 7. 1

8. 4 9. 134 10. 1245

11. $\sqrt{6}$

12. 75°

13. $\frac{1}{8}$

14. $-\frac{1}{3}$

15. $\left[4\sqrt{3}, 67^\circ\right], \left[4\sqrt{3}, 7^\circ\right]$

16. 5

17. 5

18. $\frac{3}{2}$

19. $34 - 12\sqrt{6}$

第貳部分：混合題

20. $\frac{3a^2 + 8}{14a}$

21. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$