

113 學年度第二學期第二次定期考高二數 A 試題

命題範圍：第二章空間中的平面與直線、第三章條件機率

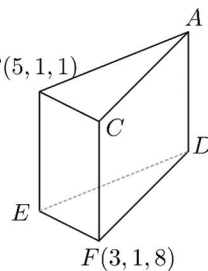
一、多選題：(占 40 分)

每題有 5 個選項，至少有一個是正確或最適當的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對得 8 分；答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯多於 2 個選項或該題未作答得 0 分。

1. 在空間坐標中，已知 $L_1: \frac{x+5}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$ 與 $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-3}{11}$ 。

請選出正確的選項。

- (1) L_1 是平面 $\frac{x+5}{2} = \frac{y+4}{2}$ 與平面 $\frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$ 的交線
(2) L_1 與 L_2 恰交於一點 $P(-5, -4, 0)$
(3) 包含 L_1 與 L_2 的平面方程式為 $3x - 5y + 4z = 5$
(4) L_1 與 L_2 夾角的餘弦值為 $\pm \frac{5}{9}$
(5) 向量 $(4, 0, -3)$ 是 L_1 與 L_2 的其中一條角平分線之方向向量
2. 如圖所示，在空間中，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 且 $ABED$ 、 $BCFE$ 、 $CADF$ 均為矩形，形成直立三角柱 $ABC-DEF$ 。若 $B(5, 1, 1)$ 、 $F(3, 1, 8)$ ， $\vec{v}_1 = (2, -1, 3)$ 與 $\vec{v}_2 = (1, -1, 2)$ 分別為直線 AB 與直線 DF 的方向向量。請選出正確的選項。



- (1) $(\vec{AB} \times \vec{EF}) // (\vec{AB} \times \vec{DF})$ (2) $\vec{AD} = (1, -1, -1)$ (3) $A(7, 0, 4)$ (4) $C(6, -2, 5)$ (5) $E(8, -2, -2)$
3. 已知 L 、 $L_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{-1}$ 、 $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{2}$ 、 $L_3: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-1}{5}$ 為空間坐標中的四直線， L 與 L_1 相交於點 P ， L 與 L_2 相交於點 Q ，且 L 與 L_3 平行。請選出正確的選項。
- (1) $P(2, -3, 1)$ (2) $Q(1, -2, 3)$ (3) $\vec{PQ} = (2, -3, 5)$
(4) 點 $(-1, -2, -3)$ 在直線 L 上 (5) 歪斜線 L_1 與 L_2 的距離為 $\overline{PQ}$

4. 有一箱子內裝有編號 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 共 12 顆球，今隨機從此箱中取出一顆球，每顆球被取出的機會均等。設取出編號 1,2,3,4,5,6 為事件 A ；取出編號 1,2,3,7,8,9 為事件 B ；取出編號 1,2,10,11 為事件 C 。
請選出正確的選項。
- (1) $P(A|B) = P(A|C)$
 - (2) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
 - (3) $P(C) = P(C|A)$
 - (4) B', C 為獨立事件
 - (5) A, B, C 為獨立事件
5. 已知箱子內原有 12 顆球，其中紅、白、藍、黃 4 種顏色的球各 3 顆。由甲先從箱內取 1 球後不放回，再由乙從剩下的 11 顆球中任取 2 顆球，每顆球被取出的機會均等，且甲與乙的取球結果互不影響。請選出正確的選項。
- (1) 已知甲取出紅球，則乙取出的 2 顆球均為紅球的機率為 $\frac{1}{55}$
 - (2) 已知甲取出白球，則乙取出的 2 顆球均為紅球的機率為 $\frac{2}{55}$
 - (3) 已知乙取出的 2 顆球均為紅球，則甲取出的球為紅球的機率為 $\frac{1}{10}$
 - (4) 已知乙取出 1 顆白球與 1 顆紅球，則甲取出的球為紅球的機率為 $\frac{1}{5}$
 - (5) 已知乙取出 1 顆白球與 1 顆藍球，則甲取出的球為紅球的機率為 $\frac{3}{10}$

二、選填題：(占 60 分)

須依各題的答案格式填答於答案卡上，答案卡上的每一個列號只能在一個格子劃記。例如，

若答案格式是 $\frac{\textcircled{48}\textcircled{49}}{\textcircled{50}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{-3}{4}$ ，則考生必須分別在答案卡的第 48、

49、50 列劃記如下：

48	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
											☒	☐
49	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
			☒								☐	☐
50	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
				☒							☐	☐

第 A 到 I 題劃記在答案卡所標記的列號 (6-29)，每題完全答對得 6 分；未作答或未完全答對得 0 分。

A. 在空間坐標中，通過 $A(1,1,1)$ 、 $B(2,-1,0)$ 、 $C(-1,2,1)$ 三點的平面方程式為

$$x + \textcircled{6}y - \textcircled{7}z = \textcircled{8}。$$

B. 在空間坐標中，已知平面 E 包含直線 $L: \begin{cases} x-4y+5=0 \\ y-z-1=0 \end{cases}$ ，且與平面

$$x+y-z+1=0 \text{ 垂直，則平面 } E \text{ 之方程式為 } 2x - \textcircled{9}y - \textcircled{10}z + \textcircled{11} = 0。$$

C. 已知 x, y 均為實數，若 $\sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2 + 1} + \sqrt{(x-6)^2 + (y-5)^2 + 4}$ 在數對

$$(x, y) = (a, b) \text{ 時產生最小值，則 } a + b = \textcircled{12}。$$

D. 已知 k 為實數，空間中四平面 $x=0$ 、 $y=0$ 、 $z=0$ 、 $2x+3y+6z=k$ 圍成四面體的表面積為 36，則 $k = \textcircled{13}\textcircled{14}\textcircled{15}。$

E. 有一個邊長為 11 公分的實心立方體

$ABCD-EFGH$ (如圖所示)，在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{BA}$ 、

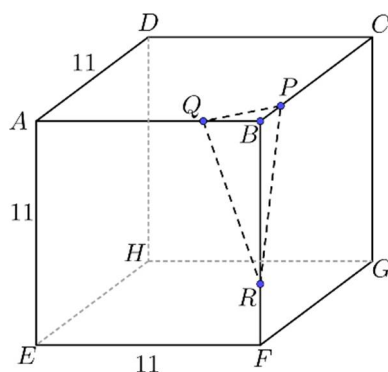
$\overline{BF}$ 上分別取點 P 、點 Q 、點 R ，使得 $\overline{BP} = 1$

公分、 $\overline{BQ} = 2$ 公分、 $\overline{BR} = 8$ 公分。切除四

面體 $B-PQR$ 後，將剩下的七面體放置於平

坦的水平桌面上，使平面 PQR 與桌面緊貼，形成一個別緻的桌面擺飾，則

點 H 至水平桌面的最短距離為 $\textcircled{16}\textcircled{17}$ 公分。



F. 設 A 、 B 為兩事件，滿足 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{3}$ ， $P(B'|A') = \frac{2}{3}$ ，

$$\text{則 } P(A \cap B) = \frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}。 \text{ (答案以最簡分數表示)}$$

G. 已知小建在夜市玩射擊氣球遊戲，每次命中率均為 0.8，且每次的射擊結果互不影響。小建至少要射擊 ⑳ 次，才可以使得至少命中一次氣球的機率大於 0.9999。

H. 袋中有 3 顆白球和 5 顆黑球，共 8 顆球，甲、乙兩人輪流從中取球，每次取一球，每顆球被取出的機會均等，取後不放回，每次取球的結果互不影響。由甲先開始取球，則甲先取到白球的機率為 $\frac{\textcircled{21}\textcircled{22}}{\textcircled{23}\textcircled{24}}$ 。
(答案以最簡分數表示)

I. 袋中有 4 顆紅球和 6 顆白球，共 10 顆球，現從袋中任取一顆球，每顆球被取出的機會均等。已知甲說實話的機率為 0.7、說謊話的機率為 0.3；乙說實話的機率為 0.6、說謊話的機率為 0.4。甲、乙兩人所說的話互不影響。即若取出紅球，則甲說此球是紅球的機率為 0.7、說此球是白球的機率為 0.3；乙說此球是紅球的機率為 0.6、說此球是白球的機率為 0.4。反之，若取出白球，則甲說此球是白球的機率為 0.7、說此球是紅球的機率為 0.3；乙說此球是白球的機率為 0.6、說此球是紅球的機率為 0.4。

若甲與乙兩人看到從袋中取出的球時，皆說此球是紅球的條件下，則此球卻是白球的機率為 $\frac{\textcircled{25}}{\textcircled{26}\textcircled{27}}$ 。(答案以最簡分數表示)

J. 有一箱子內裝有編號 1,2,3,4,5,6,7,8 共八顆球，今隨機從中取出一顆球，每顆球被取出的機會均等，並觀察其編號，即樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 。設 A 為取出球的編號為 1、2、3、4 的事件，即 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ； B 為取出球的編號為 1、2、5、6 的事件，即 $B = \{1, 2, 5, 6\}$ ； C 為取出球的編號為某些正整數的事件。若事件 C 滿足 $1 \leq n(C) \leq 7$ 且 A, B, C 為獨立事件，則事件 C 共有 ⑳㉑ 種可能。