

高雄市高雄女中 113 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、是非題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 8 題，每題 2 分。（正確選 1，錯誤選 2）

1. 若散布圖上每一個點都在同一個圓上，則其相關係數為 0
2. 數據 13, 14, 15, 17, 18, 19 的標準差為 σ_1 ；數據 3, 4, 5, 6, 34, 44 的標準差為 σ_2 ，則 $\sigma_1 < \sigma_2$
3. 兩數據的相關係數愈大，表示其相關程度愈高
4. 一組數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ，且 $z_i = ay_i + b$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)，其中 a, b 是不為零的實數。若 x 和 y 的相關係數為 r_{xy} ， x 和 z 的相關係數為 r_{xz} ，則 $r_{xy} = r_{xz}$
5. 小斑馬每年年初存入銀行 10000 元，年利率 2%，每年計息一次，若依複利計息，則第三年年底的本利和為 $10000 \times \frac{[1 - (1.02)^3]}{1 - 1.02}$
6. 若 $\langle a_n \rangle$ 是公差為 2 的等差數列，則數列 $\langle 2a_n + 1 \rangle$ 是公差 5 的等差數列
7. 若 $\langle a_n \rangle$ 是公差為 r 的等差數列，則 $(a_1 + a_2 + a_3), (a_4 + a_5 + a_6), (a_7 + a_8 + a_9)$ 是公比為 r^3 的等比數列
8. 若 $\langle a_n \rangle$ 是公差為 r 的等差數列， b_n 為 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的幾何平均數，則數列 $\langle b_n \rangle$ 是公比為 $\sqrt{r}$ 的等比數列

二、多選題（占 12 分）

說明：第 9 題至第 10 題，每題 6 分。（6-4-2-0）

9. 兩個變量 x 、 y 的 n 筆數據為 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 $\cdots$ 、 (x_n, y_n) ，其中 x 的算術平均數為 5， x 的標準差為 4， x 和 y 的相關係數為 0.8， y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{2}{5}x + 48$ 。以 x' 、 y' 分別表示 x 、 y 標準化後的數據，則下列哪些敘述是正確的？

- (1) x 的算術平均數小於 y 的算術平均數
- (2) x 的標準差小於 y 的標準差
- (3) x' 的算術平均數為 0，標準差為 1
- (4) x' 和 y' 的相關係數為 0.8
- (5) y' 對 x' 的迴歸直線為一條通過原點且斜率為 $\frac{4}{5}$ 的直線

10. 取一個邊長為 1 的白色正方形，將其等分成 9 個相同的小正方形，然後將正中央的小正方形塗成紫色；再對剩下的小正方形重複此一操作，得到的圖案稱為謝爾賓斯基地毯。如圖所示，圖 1 是邊長為 1 的白色正方形；將圖 1 等分成 9 個相同的小正方形，然後將正中央的小正方形塗成紫色，得到圖 2；將圖 2 的每個白色正方形再等分成 9 個相同的小正方形，然後將正中央的小正方形塗成紫色，得到圖 3。依此規律可畫出圖 4、圖 5、 $\cdots$ 。

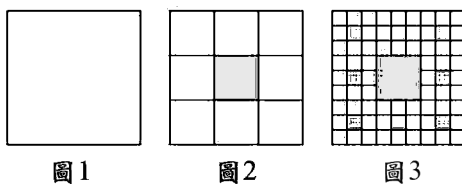


圖 1 圖 2 圖 3

圖 n 中有 a_n 個紫色正方形和 b_n 個白色正方形，則下列哪些敘述是正確的？

- (1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴關係式
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 8^{n-2}, n \geq 2 \end{cases}$$
- (2) $a_n = \frac{1}{7}(8^{n-1} - 1)$
- (3) 數列 $\langle b_n \rangle$ 是公比為 8 的等比數列
- (4) $b_n = 8^{n-1}$
- (5) $a_n + b_n = a_{n+1}$

三、填充題（占 62 分）

說明：第 11 題至第 20 題。

11. 某公司營業額連續三年的成長率分別為 20%，50%，-4%，則此公司營業額在這三年的平均成長率 $\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2}}\%$ 。

12. 一數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項之和為 $S_n = 3n^2 + 4$ ，則 $a_1 + a_{10} = \frac{\textcircled{12-1}}{\textcircled{12-2}}$ 。

13. 已知 12 位同學的體重 (公斤) 如下：52，44，60，42，58，50，56，48，40，54，46，59。若第 45 百分位數為 P_{45} ，第 3 四分位數為 Q_3 ，試求數對 $(P_{45}, Q_3) = \left(\frac{\textcircled{13-1}}{\textcircled{13-2}}, \frac{\textcircled{13-3}}{\textcircled{13-4}} \right)$ 。

14. 兩個變量 x 、 y 的 10 筆數據為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ，已知下列的統計量：

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 20,$$

$$y_1 + y_2 + \dots + y_{10} = 100,$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_{10} y_{10} = 263,$$

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 85,$$

$$y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{10}^2 = 1180,$$

則 x 與 y 的相關係數為 $\frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2} \textcircled{14-3}}$ 。

15. 試求 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11} = \frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3} \textcircled{15-4}}$ 。(化為最簡分數)

16. 已知一數列 $-2, a, b, 25$ 的前三項為等差數列，後三項為等比數列，且 a, b 都是整數，則數對 $(a, b) = (\textcircled{16-1}, \textcircled{16-2} \textcircled{16-3})$ 。

17. 兩變量 x 與 y 的數據如下表：

x	15	11	7	3
y	13	33	23	43

試求：

(1) x 的標準差為 $\sqrt{17-1} \sqrt{17-2}$ 。

(2) x 與 y 的相關係數為 $\frac{17-3}{17-5} \frac{17-4}{17-5}$ 。

(3) y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{17-6}{17-7} x + \frac{17-8}{17-9}$ 。

18. 求 $(11^3 + 12^3 + 13^3 + 14^3 + 15^3) - (4^2 + 7^2 + 10^2 + \cdots + 31^2) = \frac{(18-1)(18-2)(18-3)(18-4)}{1}$ 。

19. 數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 為兩個等差數列，其前 n 項之和分別為 A_n 、 B_n 。對任意正整數 n ， $A_n : B_n = (3n+7) : (2n+58)$ 皆成立。若有一正整數 k 滿足 $2a_k = b_k$ ，則 $k = \frac{(19-1)}{1}$ 。

20. 某次數學小考，第一組有 6 位同學，平均成績是 2 分，標準差是 2 分；第二組有 4 位同學，平均數成績是 7 分，標準差是 2 分，現將這兩組同學的成績合併計算，則這兩組共 10 位同學成績的標準差為 $\sqrt{(20-1)(20-2)}$ 分。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

21 — 23 題組

已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴條件 $\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_n = a_{n-1} + 8n - 8, n \geq 2 \end{cases}$ ，試回答下列問題：

21. 求數對 $(a_2, a_3) = [\quad]$ 。（填充題，2 分）

22. 請推測此數列的一般項 $a_n = [\quad]$ 。（填充題，2 分）

23. 請利用數學歸納法證明你猜測。（非選擇題，6 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 2 2. 1 3. 2 4. 2 5. 2 6. 2 7. 2 8. 2

9. 1345 10. 2345

11. 20

12. 64

13. (50, 57)

14. $\frac{7}{10}$

15. $\frac{10}{11}$

16. (4, 10)

17. (1) $2\sqrt{5}$; (2) $\frac{-4}{5}$; (3) $y = -2x + 46$

18. 7570

19. 6

20. $\sqrt{10}$

第貳部分：混合題

21. (8, 24)

22. $a_n = 4n^2 - 4n$

23. 略