

台北市師大附中 113 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 10 分）

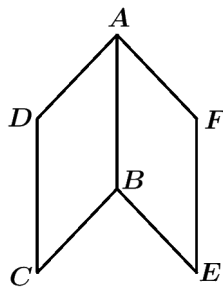
說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 已知空間中一平面 $E: x + 2y + z - 1 = 0$ ， P 與 Q 為不在 E 上之相異兩點，若 P 對 E 的投影點為 $(0, -1, 3)$ ， Q 對 E 的投影點為 $(-1, 1, 0)$ ，試問 $\overline{PQ}$ 的最小值為何？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) $\sqrt{10}$
- (4) $\sqrt{14}$
- (5) $\sqrt{26}$

2. 如圖，兩相同的矩形屏風分別在 $ABCD$ 與 $ABEF$ 上，已知 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AD} = 6$ 、 $\overline{CF} = 9$ ，若平面 $ABCD$ 與平面 $ABEF$ 的兩面角為 θ ，則 $|\cos \theta|$ 的值為何？

- (1) $\frac{11}{24}$
- (2) $\frac{17}{72}$
- (3) $\frac{55}{72}$
- (4) $\frac{19}{96}$
- (5) $\frac{183}{200}$



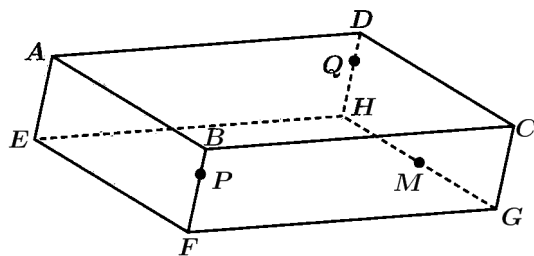
二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 7 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

3. 請選出下列正確的選項。

- (1) 空間中，若兩相異直線不相交，則它們必平行
- (2) 空間中，過平面外一點，恰有一直線與此平面垂直
- (3) 空間中，會有兩個相異平面只交一個點
- (4) 一直線 L 及線外一點 P ，恰有一平面通過 P 點，且與直線 L 垂直
- (5) 若直線 L 垂直平面 E ，則包含 L 之平面必垂直 E

4. 圖的平行六面體中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AE} = 1$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $\angle BAE = 90^\circ$ ， $\angle DAE = 120^\circ$ ，已知 M 是 $\overline{GH}$ 的中點， P 點在 $\overline{BF}$ 上， Q 點在 $\overline{DH}$ 上，若 $0 \leq s \leq 1$ ， $0 \leq t \leq 1$ ，且 $\overrightarrow{BP} = s\overrightarrow{BF}$ 、 $\overrightarrow{DQ} = t\overrightarrow{DH}$ ，設 $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AP} + \beta\overrightarrow{AQ}$ ，請選出下列正確的選項。



- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 3$
- (2) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = -\frac{3}{2}$
- (3) $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
- (4) $s = 2(1 - t)$
- (5) $\alpha + \beta = \frac{3}{2}$

5. 空間中，平面 E 上三點 $A(3, 0, 0)$ 、 $B(0, 3, 0)$ 、 $C(0, 0, 3)$ ，平面 E 外有兩點 $P(4, 4, 4)$ 、 $Q(5, 5, 5)$ ，已知 D 為 $\overline{BC}$ 的中點，請選出下列正確的選項。

(1) $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

(2) $\triangle PBC$ 的面積 $<$ $\triangle QBC$ 的面積

(3) $\triangle PBC$ 的周長 $<$ $\triangle QBC$ 的周長

(4) $\angle BPC < \angle BQC$

(5) $\angle PDC > \angle QDC$

6. 請選出下列正確的選項。

(1) 空間中，方程式 $x + 6y = 32$ 的圖形是一條直線

(2) 空間中， xy 平面的方程式為 $z = 0$

(3) 恰有一平面通過 $(4, -1, 2)$ 、 $(2, -5, 0)$ 、 $(1, -7, -1)$

(4) 平面 $x + y - 2z = 1610$ 與平面 $3x - 5y - z = 1632$ 互相垂直

(5) 向量 $(2, 3, -6)$ 是平面 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{6} = 1$ 的一個法向量

7. 已知 $a, b, c, d, e, f, p, q, r$ 為非零實數，請選出下列正確的選項。

(1) $\begin{vmatrix} a & 2b & 2c \\ \frac{d}{2} & e & f \\ \frac{p}{2} & q & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} ad & be & cf \\ dp & eq & fr \\ p & q & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} a & a+b & b+c \\ d & d+e & e+f \\ p & p+q & q+r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ d & e & f \\ p & q & 0 \end{vmatrix} = -f$

(5) $\begin{vmatrix} a & 0 & c \\ 0 & e & 0 \\ p & 0 & r \end{vmatrix} = 0$

三、填充題（占 50 分）

說明：第 8 題至第 17 題，每題 5 分。

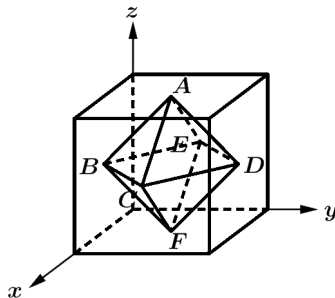
8. 已知 $\vec{a} = (-2, -3, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, 2, 3)$ ，若 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影為 $t\vec{b}$ ，

則 $t = \frac{\textcircled{8-1} \textcircled{8-2}}{\textcircled{8-3} \textcircled{8-4}}$ 。(化為最簡分數)

9. 空間中，平面 E 上四點 $A(1, 2, -1)$ 、 $B(2, -1, 2)$ 、 $C(3, 2, 1)$ 、 $D(4, 2 - a, a + 3)$ ，則 $a = \textcircled{9-1} \textcircled{9-2}$ 。

10. 承上題， B 點到 $\overline{AC}$ 的距離為 $\sqrt{\textcircled{10-1} \textcircled{10-2}}$ 。

11. 已知一個棱長為 $2\sqrt{2}$ 的正八面體 $ABCDEF$ 可以放進一個正方體裡，如圖。今建立空間坐標系，使得正方體的一個頂點 O 為原點，且 A, B, C, D, E, F 分別在正方體各面之中心點。若 G 為 $\triangle ACF$ 的重心，

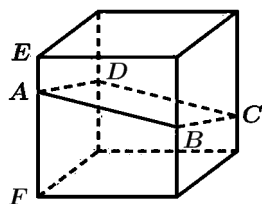


則 G 點坐標為 $\left(\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2}}, \textcircled{11-3}, \textcircled{11-4} \right)$ 。

12. 若 x, y, z 為實數，且滿足 $x + 2y - 2z = 4$ ，當 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y$ 有最小值時，此時 $(x, y, z) = (\textcircled{12-1}, \textcircled{12-2} \textcircled{12-3}, \textcircled{12-4} \textcircled{12-5})$ 。

13. 圖為一正方體，若此正方體被一平面截出四邊形 $ABCD$ ，其中 B, D 分別為稜的中點，且

$$\overline{EA} : \overline{AF} = 1 : 3, \text{ 則 } \cos \angle DAB = \frac{\textcircled{13-1}}{\textcircled{13-2} \textcircled{13-3}} \circ (\text{化為最簡分數})$$



14. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是空間中的三個向量，若 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -8$ ，則

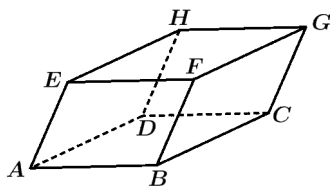
$$\left| \left[(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (\vec{b} - 6\vec{c}) \right] \cdot 3\vec{c} \right| = \textcircled{14-1} \textcircled{14-2} \circ$$

15. 已知平面 E 過 $A(-1, 2, 1)$ ，且垂直平面 $F_1: x + 2y - z = 1610$ 與平面 $F_2: x - y + z = 1632$ ，則平面 E 的方程式為

$$x + \textcircled{15-1} \textcircled{15-2} y + \textcircled{15-3} \textcircled{15-4} z + \textcircled{15-5} = 0 \circ$$

$$16. \text{ 已知實數 } x \text{ 滿足 } \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 3 & 2-x & 1 \\ 2 & 1 & 3-x \end{vmatrix} = 0, \text{ 則最小實數解為 } \textcircled{16-1} \sqrt{\textcircled{16-2}} \circ$$

17. 平行六面體 $ABCDEFGH$ 中，已知四點 $A(1, -2, 2)$ 、 $C(6, 2, 7)$ 、 $F(7, -5, 10)$ 、 $H(0, -5, 9)$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的面積為 $\sqrt{(17-1)(17-2)(17-3)}$ 。

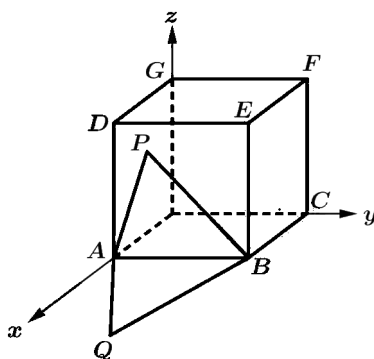


第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 20 題組

將正立方體 $ABCDEFGH$ 放置於空間坐標中， O 為原點、 A 、 C 、 G 三點分別在 x 、 y 、 z 軸上， P 點在 $ABED$ 平面上，以 $\overline{AB}$ 為折線將 $\triangle ABP$ 折到 xy 平面上使得 P 、 Q 兩點重合。已知 P 點坐標 $(14, 5, 12)$ ，請回答下列問題。



18. 求出 Q 點坐標。（非選擇題，3 分）

19. 求出四面體 $PAQB$ 的體積。（非選擇題，3 分）

20. 求平面 PQB 和 xy 平面之兩面角的正弦值。（非選擇題，4 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 3

3. 245 4. 12345 5. 23 6. 24 7. 13

8. $-\frac{5}{14}$

9. -3

10. $\sqrt{11}$

11. $\left(\frac{8}{3}, 2, 2\right)$

12. $(2, -1, -2)$

13. $\frac{1}{17}$

14. 24

15. $x - 2y - 3z + 8 = 0$

16. $-\sqrt{2}$

17. $5\sqrt{17}$

第貳部分：混合題

18. $(26, 5, 0)$

19. 336

20. $\frac{5\sqrt{34}}{34}$