

彰化縣彰化高中 113 下高二第一次期中考

一、單選題（占 48 分）

說明：第 1 題至第 8 題，每題 6 分。

1. 坐標空間中，兩平面 E_1, E_2 交於一直線 L ，若動點 P 到 E_1, E_2 等距離，則所有 P 點形成的圖形為何？

- (1) 與 L 垂直的一直線
- (2) 與 L 垂直的一平面
- (3) 相交於一點的兩直線
- (4) 相交於一直線的兩平面
- (5) 無圖形

2. 求三階行列式 $\begin{vmatrix} 2023 & 2025 & 2027 \\ 2024 & 2025 & 2026 \\ 2022 & 2025 & 2028 \end{vmatrix} = ?$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) -1
- (4) 2025
- (5) -2025

3. 坐標空間中， P 點在第一卦限，已知 P 到 x 軸的距離為 $\sqrt{17}$ ， P 到 yz 平面的距離為 1， P 與點 $Q(1, -2, 0)$ 的距離為 5，求 P 點對於原點的對稱點坐標？

- (1) $(-1, -3, -2)$
- (2) $(-3, -1, -2\sqrt{2})$
- (3) $(-1, -3, -2\sqrt{2})$
- (4) $(-1, -1, -4)$
- (5) $(-2, -1, -\sqrt{13})$

4. 坐標空間中，點 $A(1, 2, 3)$ 對於平面 E 的對稱點為 $B(-3, 4, 1)$ ，則平面 E 的方程式為何？

- (1) $2x - y + z = 3$
- (2) $2x - y + z = -3$
- (3) $2x - y + z = -9$
- (4) $x - 3y - 2z = -11$
- (5) $x - 3y - 2z = -17$

5. 設 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ， $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ 為空間中三個非零向量，已知

$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -5\sqrt{2}$ ，下列選項何者正確？

(1) $\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = 5\sqrt{2}$

(2) $\vec{c} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) = 5\sqrt{2}$

(3) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 5\sqrt{2}$

(4) $\begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = 5\sqrt{2}$

(5) $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ 所形成的四面體體積為 $5\sqrt{2}$

6. 設實數 x ， y ， z 滿足 $2x - y - 3z = 11$ ，且令 $S = 4x^2 + y^2 + z^2$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) S 有最大值 11
- (2) S 有最小值 -11
- (3) 當 S 有最小值時， $x = \frac{1}{2}$
- (4) 當 S 有最小值時， $y = 1$
- (5) 當 S 有最小值時， $z = 3$

7. 坐標空間中，平面 E 過三點 $(2, -1, 0)$ ， $(0, -2, 0)$ ， $(0, 0, 4)$ ，若平面 E 分別交三坐標軸於點 A ， B ， C ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？

- (1) $4\sqrt{6}$
- (2) $5\sqrt{6}$
- (3) $6\sqrt{6}$
- (4) $7\sqrt{6}$
- (5) $8\sqrt{6}$

8. 如圖所示， $ABCDEFG$ 為空間中的一正七邊形，下列選項的值何者最大？

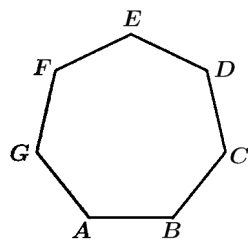
(1) $|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AF}|$

(2) $|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD}|$

(3) $|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AE}|$

(4) $|\overrightarrow{AE} \times \overrightarrow{AB}|$

(5) $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$



二、多選題（占 25 分）

說明：第 9 題至第 13 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

9. 關於空間中相異三向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 的敘述，下列哪些選項是正確的？

(1) 若 $\vec{a} = k\vec{b}$ ，其中 k 為非零實數，則 $\vec{a} // \vec{b}$

(2) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{b}$

(3) 若 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影為 $\vec{c}$ ，則 $\vec{c} // \vec{b}$

(4) 若 $\vec{c} \perp \vec{a}$ 且 $\vec{c} \perp \vec{b}$ ，則 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

(5) 若 $\vec{c} \perp (\vec{a} \times \vec{b})$ ，則 $\vec{c} // \vec{a}$ 或 $\vec{c} // \vec{b}$

10. 關於空間中兩非零向量 $\vec{u}$, $\vec{v}$ 的敘述，下列哪些選項是正確的？

(1) 若 $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ ，則 $\vec{u} \cdot \vec{v}$ 的值不可能為 0

(2) 若 $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{v} \times \vec{u}$ ，則 $\vec{u} // \vec{v}$

(3) 若 $|\vec{u} \times \vec{v}| = \vec{u} \cdot \vec{v}$ ，則 $\vec{u} \perp \vec{v}$

(4) 若 $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ ，則 $\vec{u} // \vec{v}$

(5) 若 $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ ，則 $\vec{u} \perp \vec{v}$

11. 坐標空間中，平面 $E: 3x - 4y + 12z = 1$ ，點 $A(0, 3, 0)$ ，下列哪些選項是正確的？

(1) 點 A 到平面 E 的距離為 $\frac{12}{13}$

(2) 過點 A 且與平面 E 平行的平面方程式為 $3x - 4y + 12z = -12$

(3) 平面 $E_1: 4x + 3y + 2z = 9$ 與平面 E 垂直且過點 A

(4) 平面 $E_2: 6x - 8y + 24z = -2$ 與平面 E 的距離為 $\frac{1}{13}$

(5) 若平面 $E_3: x - 2y - 2z = 3$ 與平面 E 的銳夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{1}{3}$

12. 坐標空間中， $A(1, 2, -1)$ ， $B(-3, 1, 2)$ ， $C(0, -1, -3)$ ， $D(k, 3, 1)$ ，下列哪些選項是正確的？

(1) $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影為 $(-\frac{1}{14}, -\frac{3}{14}, -\frac{1}{7})$

(2) C 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影點為 $(\frac{13}{14}, \frac{25}{14}, -\frac{8}{7})$

(3) $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) // (-1, 1, -1)$

(4) 點 D 可能在直線 BC 上

(5) 點 D 可能在 $\triangle ABC$ 所在的平面上

13. 坐標空間中，平行六面體 $ABCD - EFGH$ 如圖，已知 $A(1, 1, 1)$ 、 $B(1, 2, 1)$ 、 $C(2, 1, 0)$ 、 $E(2, 3, 2)$ ，下列哪些選項是正確的？

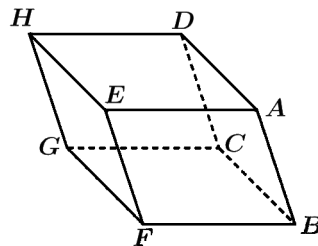
(1) 此平行六面體的任意兩頂點的距離最大值為 $\sqrt{10}$

(2) 平行四邊形 $BCGF$ 的面積為 $\sqrt{14}$

(3) A 點到直線 EH 的距離為 $\sqrt{6}$

(4) 此平行六面體的體積為 2

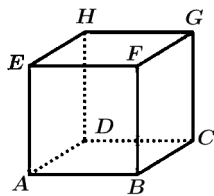
(5) 平面 $BCGF$ 與平面 $ADHE$ 的距離為 1



三、填充題（占 27 分）

說明：第 14 題至第 19 題，每題 3 分；第 20 題，每題 4 分。

14. 坐標空間，平面 $E_1 : x - y + z = 3$ ，平面 $E_2 : 3x + y - z = -2$ ，點 $P(2025, 3, 25)$ ，已知有一平面 E 同時與 E_1, E_2 垂直且過 P 點，則 E 的平面方程式為【 】。
15. 已知空間中三向量 $2\vec{a} - 3\vec{b}$ ， $\vec{a} + 2\vec{c}$ ， $2\vec{b} - \vec{c}$ 所張的平行六面體體積為 12，則 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 所張的平行六面體體積為【 】。
16. 空間中三向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 滿足 $\vec{a} \times \vec{b} = (1, -2, 0)$ 、 $\vec{a} \times \vec{c} = (2, -4, 1)$ ，已知 $|\vec{a}| = 2\sqrt{5}$ ，且 $\vec{a}$ 的坐標的 y 分量為負，則 $\vec{a} =$ 【 】。
17. 設 x, y 為實數，則 $x^2 - 4x + y^2 + 2y + (3x + 2y - 11)^2$ 的最小值為【 】。
(化為最簡分數)
18. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中三個非零向量，
已知 $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| + |\vec{c}| = 2\sqrt{3}$ ，
則 $|2\vec{a} + 3\vec{b}| + |2\vec{b} + 3\vec{c}| + |2\vec{c} + 3\vec{a}| =$ 【 】。
19. 空間中一正立方體 $ABCD - EFGH$ 如圖所示，
已知 $\overrightarrow{AF} = (k - 2, 3, k + 1)$ 、 $\overrightarrow{AH} = (k - 5, k + 1, 0)$ ，
其中 k 為實數，則 $\overrightarrow{AE} =$ 【 】。



20. 設空間向量 $\vec{a} = (1, 1 - k, -2)$ ， $\vec{b} = (k, 1, -3)$ ， $\vec{c} = (-2, k, 0)$ ，若一向量 $\vec{p}$ 滿足 $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = (y + 6)\vec{a} + (z - 2)\vec{b} + (x + 5)\vec{c}$ ，其中 x, y, z 為實數，則整數 $k =$ 【 】。

参考答案

1. 4 2. 1 3. 4 4. 2 5. 2 6. 3 7. 1 8. 1

9. 123 10. 12 11. 25 12. 35 13. 24

14. $y + z = 28$

15. $\frac{12}{11}$

16. $(-4, -2, 0)$

17. $-\frac{3}{2}$

18. $10\sqrt{3}$

19. $(-2, 1, 2)$

20. -2