

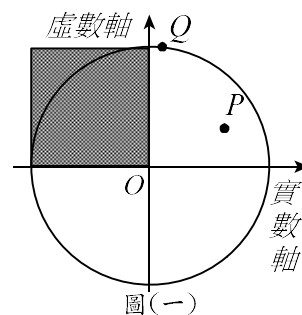
北一女中 113 學年度 第一次期中考高三數學甲 試題
第二學期

一. 單選題 (每題 6 分，共 18 分)

- 已知 $4-3i$ 為複數 a 的一個六次方根。若 a 的另五個六次方根在複數平面上圍成的五邊形周長為 b ，則 b 的值最接近下列何者？
(1) 26 (2) 27 (3) 28 (4) 29 (5) 30
- 箱中有三顆紅球與三顆白球。一摸彩遊戲是從箱中隨機同時抽出兩球，抽出後不放回。如果第一次就抽出的兩球顏色不同，則得獎金 200 元；第二次才抽出的兩球顏色不同，則得獎金 100 元；若直到第三次才抽出的兩球顏色不同，則無獎金。此遊戲獎金的期望值為下列何者？
(1) 100 (2) 120 (3) 140 (4) 150 (5) 180
- 若 $\omega = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ ，且 ω^k 在複數平面上之對應點為 P_k ，即 $P_k(\omega^k), k=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 。
已知 $A(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2})$ ，則 $\overline{AP_1} \times \overline{AP_2} \times \overline{AP_3} \times \overline{AP_4} \times \overline{AP_5} \times \overline{AP_6}$ 之值為何？
(1) -1 (2) 1 (3) 0 (4) 2 (5) 7

二. 多重選擇題 (每題 10 分，共 30 分)

- 如圖(一)，複數 z_1, z_2 在複數平面上對應的點分別為 P, Q ，其中 P 在單位圓 O 的內部， Q 在單位圓 O 上。在複數平面上，計算下列各複數可能對應的點，位於斜線正方形區域內的有那些？



- (1) $z_2 - z_1$ (2) $z_1 + z_2$ (3) $(\frac{1}{z_1})^5$ (4) $\frac{z_2}{z_1}$ (5) $i \times z_1$
- 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，已知 $f(1-i) = -i$ (其中 $i = \sqrt{-1}$)，且 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x + 3$ 的餘式為 1。
試選出正確的選項。
(1) $f(1+i) = i$ (2) $f(1+\sqrt{2}i) = 1$ (3) $f(x)$ 的三次項係數為負
(4) $f(x) = 1$ 恰有一正實根 (5) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心在第二象限

3. 工程師小綠設計一抽獎軟體，設定一旦開始抽獎就需連續 40 次，各次間互不影響，並計算獲獎次數。

小綠設定隨機變數 X_i 表示每次獲獎機率為 p_i 的獲獎次數； X_i 的期望值為 $E(X_i)$ ，變異數 $Var(X_i)$ ；

$P(X_i=k)$ 表 $X_i=k$ 的機率，其中 $i=1,2$ 。試選出正確的選項。

(1) 若 $p_1=0.5$ ，則 $E(X_1)=20$ (2) 若 $E(X_1)=E(X_2)$ ，則 $p_1=p_2$ (3) 若 $Var(X_1)=Var(X_2)$ ，則 $p_1=p_2$ 或 $p_1+p_2=1$

(4) 若 $P(X_1)$ 在 $X_1=10$ 恰有最大值，則 $p_1=0.25$ (5) 若 $p_1=0.4$ ，則在 $X_1=16$ 時， $P(X_1)$ 獲獎機率最大。

三. 填充題 (每格 6 分，共 42 分)

1. 試計算下列各式的值

(1) 若 $z=1+\cos\frac{5\pi}{7}-i\sin\frac{5\pi}{7}$ ，則 z 的主幅角 $Arg(z)=$ _____。(以弧度表示)

(2) 若 $(i-\sqrt{3})^{10}=a+bi$ ，則實數對 $(a,b)=$ _____。

2. 設 X 為一隨機變數，已知 $E(2X+6)=16$ ， $Var(2X+8)=20$ ，則 $E(X^2)=$ _____。

3. 已知 $X \sim B(30, p)$ ，其中 $0 < p < 1$ 。若 X 的標準差 $\sigma(X)$ 為整數，則 $\sigma(X)$ 的值為_____。

4. 設 z 為一複數，且 $\frac{z-1}{z+1}=i$ (其中 $i=\sqrt{-1}$ 為虛數單位)，則 z 的絕對值 $|z|$ 為_____。

5. 在所有滿足 $z-\bar{z}=2i$ 的複數 z 中 (其中 $\bar{z}$ 為 z 的共軛複數， $i=\sqrt{-1}$)， $|z-2-3i|+|8i-7-zi|$ 的最小值為_____。

6. 熱愛籃球的小綠為慶祝 HBL 的勝利，113 學年度 2 連霸，校史第 3 冠，舉辦無限擲骰活動，設計一款正八面體的骰子，各面標上 1,2,3,4,5,6,7,8 等數字。若投擲出 2 點或 3 點可得小綠動一隻，並取得繼續投擲之權利，若再擲又擲出 2 點或 3 點，又可得小綠動一隻，並取得繼續投擲之權利，如此進行下去，直至擲出不再是 2 點或 3 點。若建建欲參與此活動，則他所得小綠動個數之期望值為_____。

北一女中

113 學年度
第 二 學期

第一次期中考 高三數學甲

答案卷

班級:_____ 姓名:_____ 座號:_____ 分數:_____.

*總分超過 100 分以 100 分計。

一. 單選題 (每題 6 分，共 18 分)

1.	2.	3.

二. 多重選擇題 (每題 10 分，共 30 分)

1.	2.	3.

三. 填充題 (每格 6 分，共 42 分)

1(1).	1(2).	2.	3.
4.	5.	6.	

四.混合題 (共 16 分)(請標註題號並在方格內作答，否則不予計分)

設 α 與 β 皆為複數，滿足 $\alpha^2-2\alpha\beta+4\beta^2=0$ ，在複數平面上， O 為原點，

複數 α 與 β 在複數平面所對應的點分別為 P 與 Q 。

(甲) 設 $t=\frac{\beta}{\alpha}$ ，若 $at^2+bt+l=0$ ，則實數對 $(a,b)=$ _____。(填充題，3分)

(乙) $\triangle POQ$ 的最大內角可能為幾度？ (1) 60 (2) 90 (3) 120 (4) 135 (5) 150 (單選題，5分)

(丙) 若 $|\alpha-2|=6$ ， $\triangle POQ$ 面積的最大值為 M ，最小值為 n ，則實數對 $(M,n)=$ _____。(計算說明，8分)

北一女中 ^{113 學年度} 第二次學期 第一次期中考高三數學甲

參考答案 *總分超過 100 分以 100 分計。

一. 單選題(6 分/題)

1.	2.	3.
(4)	(3)	(2)

二. 多重選擇題:(10 分/題)

1.	2.	3.
(15)	(124)	(1235)

三. 填充題(6 分/格)

1(1).	1(2).	2.	3.
$\frac{23}{14}\pi$	$(512, 512\sqrt{3})$	30	1, 2
4.	5.	6.	
1	10	$\frac{1}{3}$	

四.混合題

設 α 與 β 皆為複數，滿足 $\alpha^2 - 2\alpha\beta + 4\beta^2 = 0$ ，在複數平面上， O 為原點，

複數 α 與 β 在複數平面所對應的點分別為 P 與 Q 。

(甲) 設 $t = \frac{\beta}{\alpha}$ ，若 $at^2 + bt + l = 0$ ，則實數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(填充，3 分) # (4, -2)

(乙) $\triangle POQ$ 的最大內角可能為幾度？(單選題，5 分) # (2)

- (1) 60 (2) 90 (3) 120 (4) 135 (5) 150

(丙) 若 $|\alpha - 2| = 6$ ， $\triangle POQ$ 面積的最大值為 M ，最小值為 n ，則實數對 $(M, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(計算說明，8 分) # $(8\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$