

新竹市新竹高中 113 上高二第二次期中考 2A

第壹部分：選擇（填）題（占 84 分）

一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 6 分。

1. 已知點 $P(\cos 10^\circ, \sin 10^\circ)$ ，則下列選項何者與 P 點坐標相同？

(1) $(\sin 10^\circ, \cos 10^\circ)$

(2) $\left(\sin \frac{19}{18}\pi, \cos \frac{19}{18}\pi\right)$

(3) $\left(\cos \frac{19}{18}\pi, \sin \frac{19}{18}\pi\right)$

(4) $\left(\sin \frac{2024}{18}\pi, \cos \frac{2024}{18}\pi\right)$

(5) $\left(\cos \frac{2024}{18}\pi, \sin \frac{2024}{18}\pi\right)$

2. 已知 $3\sin x + 4\cos x = -5\cos(x + \theta) = 5\sin(x + \phi)$ ，其中 $0 \leq \theta < 2\pi$ 、 $0 \leq \phi < 2\pi$ ，則下列選項何者正確？

(1) $\theta = \phi$

(2) $\theta - \phi = \frac{\pi}{2}$

(3) $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$

(4) $\theta - \phi = \pi$

(5) $\theta + \phi = \pi$

二、多選題（占 24 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

3. 下圖為函數 $y = f(x) = a \cos(bx + c) + d$ 的部分圖形，其中 $a < 0$ 、 $b > 0$ 、 $0 < c < 2\pi$ 。已知

$A(-\pi, 4)$ 、 $B(0, -\frac{1}{2})$ 、 $C(\frac{\pi}{2}, -2)$ 皆在函數 $y = f(x)$ 的圖形上，且 A 為最高點、 C 為最低點，則下列哪些選項正確？

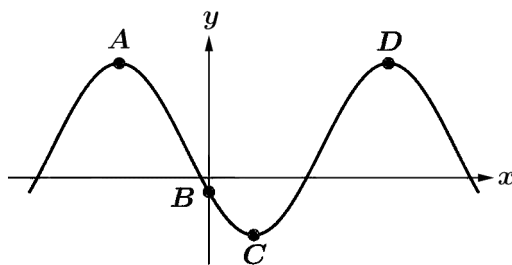
(1) $a = -2$

(2) $b = 3$

(3) $c = \frac{5\pi}{3}$

(4) $d = 1$

(5) $f\left(\frac{5}{2}\pi\right) = \frac{5}{2}$



4. 矩形 $ABCD$ 與直角三角形 AEF 排列如右圖，已知 $\overline{AB} = \overline{AE} = 5$ 、 $\overline{BC} = \overline{EF} = 3$ 、 $\overline{BF} = \sqrt{65}$ 。設 $\angle BAF = \theta_1$ 、 $\angle FAE = \theta_2$ 、 $\angle EAD = \theta_3$ ，則下列哪些選項正確？

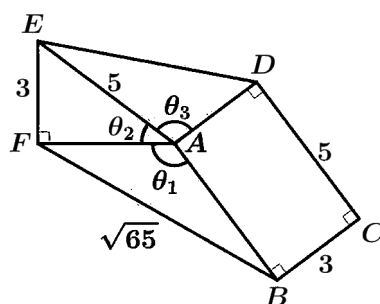
(1) $\cos \theta_1 = -\frac{3}{5}$

(2) $\cos(\theta_1 + \theta_2) = -\frac{7}{25}$

(3) $\cos \theta_3 = -\frac{24}{25}$

(4) $\overline{DE} > 7$

(5) $\triangle ADE$ 的面積為 $\frac{36}{5}$



5. 關於函數 $y = 3 \cos x - 4 \sin x$ 的敘述，下列哪些選項正確？

(1) y 的最大值為 5

(2) 當 y 有最大值時， $\cos x = \frac{3}{5}$

(3) 當 y 有最大值時， $\sin x = \frac{4}{5}$

(4) 當 y 有最小值時， $\cos x = -\frac{3}{5}$

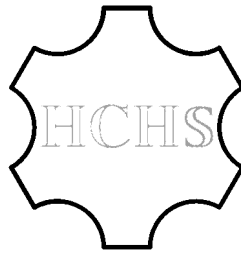
(5) 當 y 有最小值時， $\sin x = -\frac{4}{5}$

三、填充題（占 48 分）

說明：第 6 題至第 13 題，每題 6 分。

6. 若 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ，則滿足方程式 $\tan(2x) = -5x$ 的解有【 】組。

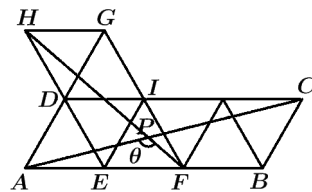
7. 學聯會設計兩款徽章當作校慶商品，第一款設計如右圖。邊長 3 單位的正六邊形截去分別以六個頂點為圓心，且半徑為 1 單位的六個扇形。徽章中間用銀色材料塗上 HCHS 周長的部分壓入金線。請問製作一個上述徽章所需使用金線的長度為【 】單位。



8. 學聯會設計兩款徽章當作校慶商品，第二款設計如右圖。單位圓內接一個正十二邊形，正十二邊形中間用金色材料塗上 HCHS，圓內部與正十二邊形外部的交集處塗上銀色材料。請問製作一個上述徽章所需使用銀色材料的面積為【 】平方單位。



9. 將八個全等的正三角形堆疊如右圖，其中 $ABCD$ 為 6 個正三角形堆成的平行四邊形、 $EFGH$ 為 4 個正三角形堆成的平行四邊形，並且 $ABCD$ 與 $EFGH$ 重疊的部分為 2 個正三角形堆成的平行四邊形 $EFID$ 。設 P 為 $\overline{AC}$ 與 $\overline{FH}$ 的交點， $\angle APF = \theta$ 。求 $\tan \theta =$ 【 】



10. 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，求不等式 $\sqrt{3}\sin x - \cos x + 1 \leq 0$ 解的範圍為【 】。

(答案用弧度表示)

11. 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，方程式 $\tan\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \sqrt{3}$ 解為【 】。(答案用弧度表示)

12. 將函數 $y = \sin x$ 的圖形依序下列三步驟平移伸縮：

(1) 垂直方向伸縮 a 倍 ($a > 0$)。

(2) 向右平移 $b\pi$ 單位 ($0 \leq b < 2$)。

(3) 垂直平移 c 單位 ($c > 0$ 為向上平移， $c < 0$ 為向下平移)。平移伸縮後與函數

$y = \sqrt{6}(\sin x + \cos x - \sqrt{6}) + \sqrt{2}(\sin x - \cos x - \sqrt{2})$ 的圖形重合，求 $a + b + c =$ 【 】。

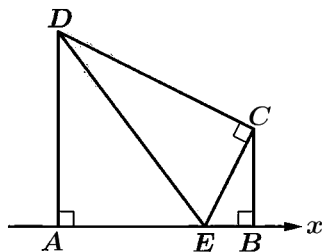
13. 計算 $8 \cos^3 40^\circ - 6 \cos 40^\circ + 5 =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 16 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14－16 題組

如圖，平面座標上有一梯形 $ABCD$ ，其中 A 、 B 兩點在 x 軸上， B 點在 A 點的右邊， C 、 D 兩點在 x 軸上方，且 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}$ 均垂直 $\overline{AB}$ 。若 $\overline{AB}$ 上有一點 E 滿足 $\angle ECD = 90^\circ$ ，且 $\overline{BC} : \overline{BE} = \overline{CD} : \overline{CE} = a : 1$ ，其中 $a > 1$ ，試回答下列問題：



14. 求包含線段 $\overline{DE}$ 的直線斜率。(非選擇題，4 分，用 a 表示)

15. 求 $\frac{\overline{AD}}{\overline{BC}}$ 。(非選擇題，6 分)

16. 求 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ 。(非選擇題，6 分，用 a 表示)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4

2. 2

3. 345

4. 15

5. 124

6. 9

7. $6 + 4\pi$

8. $\pi - 3$

9. $-\frac{9\sqrt{3}}{11}$

10. $x = 0$, $\frac{4\pi}{3} \leq x \leq 2\pi$

11. $\frac{\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4}$

12. $-\frac{25}{12}$

13. 4

第貳部分：混合題

14. $\frac{2a}{1 - a^2}$

15. 2

16. a