

正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或劃記錯誤，扣 5 分。注意：總分超過 100 分，以 100 分計。

一、單選題（12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 研究五個岩石樣本中某兩元素的含量，令數據 X 為第一種元素含量，數據 Y 為第二種元素含量：已知由最小平方法求得 Y 對 X 的最適合直線（迴歸直線）為 $y = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}$ ，試問 k 之值為何？

X	8	10	11	12	14
Y	9	k	10	11	13

- (1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 11
2. 數列 $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, \dots$ 中，設其前 n 項之和為 S_n ，若 $S_n < 2025 < S_{n+1}$ ，則 $n = ?$
- (1) 153 (2) 160 (3) 165 (4) 166 (5) 167

二、多選題（40 分）

說明：第 3 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

3. 觀察下列數列並歸納規則之後，回答下列問題： $a_1 = 4$ ， $a_2 = 4 + 1$ ， $a_3 = 4 + 1 + 2$ ， $a_4 = 4 + 1 + 2 + 3$ ， $\dots$ ， $a_n = 4 + 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)$ ， $n \in N$ ，設其前 n 項之和為 S_n ，試問下列哪些選項正確？

- (1) $a_5 = 15$ (2) 數列的遞迴關係為 $a_{n+1} = a_n + n - 1$ (3) 數列的一般項 $a_n = \frac{n^2 - n + 8}{2}$ (4) a_{2025} 為偶數 (5) 數列前 50 項有 25 項為奇數

4. 已知有若干筆數據 (x_i, y_i) ，下列關於其數據相關性的敘述，請選出正確的選項。
- (1) 若變量 x 與 y 為零相關，則 (x_i, y_i) 散布圖分布為水平對稱或鉛直對稱。
 - (2) 若變量 x 與 y 的相關係數 $r=1$ ，則所有數據 (x_i, y_i) 的散布圖均落在同一條直線上。
 - (3) y 對 x 迴歸線的斜率等於 x 、 y 的相關係數。
 - (4) 若 y 對 x 的迴歸直線斜率大於1，則 $\sigma_x < \sigma_y$ 。
 - (5) 若將 x_i 與 y_i 的資料均各自標準化後， y 對 x 的迴歸直線會通過點 (a, b) ，則 $a \leq b$ 。

5. 已知甲、乙、丙三組數據的資料點 (x, y) 如下，則下列敘述哪些正確？

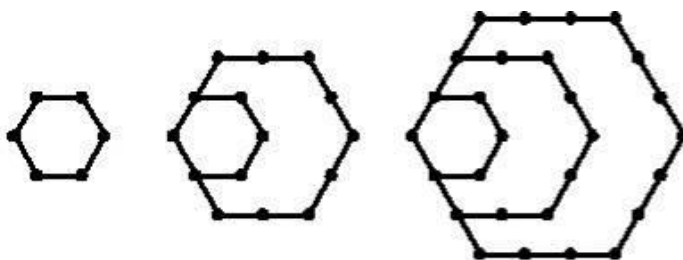
甲： $(4, 3)$ 、 $(6, 4)$ 、 $(8, 5)$

乙： $(3, 2)$ 、 $(5, 4)$ 、 $(7, 6)$

丙： $(3, 4)$ 、 $(4, 6)$ 、 $(5, 8)$

- (1) 甲數據 x 與 y 的相關係數為 $\frac{1}{2}$ 。
- (2) 乙數據 x 的標準差等於 y 的標準差。
- (3) 甲數據 x 標準差等於丙數據 x 標準差的2倍。
- (4) 甲數據 x 與 y 的相關係數等於丙數據 x 與 y 的相關係數。
- (5) 乙數據 x 與 y 的相關係數等於丙數據 x 與 y 的相關係數。

6. 設 a_n 表示第 n 個圖中的黑點總數，如下圖：圖(一)得 $a_1 = 6$ ，圖(二)得 $a_2 = 15$ ， $n \in N$ 。試問下列哪些選項正確？



- (1) $a_3 = 28$ 。
- (2) 數列的遞迴關係為 $a_{n+1} = a_n + 4n + 1, n \geq 1$ 。
- (3) 數列的一般項 $a_n = n^2 + 3n + 2$ 。
- (4) a_{2025} 為偶數。
- (5) $a_n - n(n+1)$ 為完全平方數。

7. n 為自然數，試問下列哪些選項正確？

(1) $n^2 \leq 2^n$ 。

(2) $2^{n+2} + 3^{2n+1}$ 必為 5 之倍數。

(3) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{(n+1)(1+2+3+\cdots+2n)}{6}$ 。

(4) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{(n+1)^2 [1+3+\cdots+(2n-1)]}{2}$ 。

(5) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1) = \frac{2n[1+2+3+\cdots+(n+1)]}{3}$ 。

三、選填題（54 分）

說明：第 A 題至第 H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 () ~ A)。每格完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 公司近五年的營業額成長率分別為 -28% ， -25% ， 28% ， 80% ， 100% ，則這五年來公司營業額的平均成長率為 * %。

B. 大下巴王朝有 43 位學生，某一次段考全班數學平均分數為 72 分，標準差 15 分；國文平均分數為 86.5 分，標準差 4.2 分。某位同學數學 85 分、國文 90 分，數學的標準化分數為 z_1 ，國文的標準化分數為 z_2 ，求 $z_1 - z_2 = \frac{\quad}{\quad}$ 。

C. 在某班同學中，抽取 10 位，看其數學 (x) 與物理 (y) 的成績，得到下列的數據（平均數、標準差、相關係數）： $\mu_x = 60$ ， $\mu_y = 50$ ， $\sigma_x = 5$ ， $\sigma_y = 4$ ， $r = 0.75$ ，若班上李同學的數學成績為 80 分，則預測此位同學的物理成績為 / 分。

D. 已知有 1, 3, 4, 10, 12, 13, ..., 共 11 個正整數，若其中位數為 7，唯一的一個眾數為 9，則此 11 個數可能的算術平均數最大為 $\frac{01}{23}$ 。

E. 有一數列 2, 2, 2, x , 5, y , 10, 13。若 $2 \leq x \leq 5 \leq y \leq 10$ ，且 x 、 y 、13 成等差；第 25 百分位數 P_{25} 、第 50 百分位數 P_{50} 、第 70 百分位數 P_{70} 成等比，則 $2x + y = 45$ 。

F. 數列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \dots$ 中第 80 項為 $\frac{67}{89}$ ，又 $\frac{13}{64}$ 是第 $<$ 項。

G. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 S_n ，若 $\frac{S_{25}}{a_{23}} = 5$ ， $\frac{S_{45}}{a_{33}} = 25$ ，則 $\frac{S_{65}}{a_{43}} = >$ 。

H. 已知變數 x 的標準差 $\sigma_x = 1$ ；變數 y 的標準差 $\sigma_y = 5$ ，變數 x 與變數 y 的相關係數

$r_{(x,y)} = 0.4$ ，若 $p = ax + 1$ ， $q = 3y - 2$ ，且 q 對 p 的迴歸直線斜率為 $-\frac{4}{5}$ ，則 $\sigma_p + \sigma_q =$

 ? @ 。
 A 。

四、選填題(二) (6 分)

說明：第 I 題至第 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (B ~ G)。每格完全答對得 3 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

I. 數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 S_n 且 $a_n > 0$ ，若 $\frac{4S_n}{a_n + 2} = a_n$ ， $n = 1, 2, 3, \dots$ ，則 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_{24}} =$

 B C 。
 D E 。

J. 班上 n 個人某次國文考試含測驗題與作文，設全班測驗題與作文分數的算術平均分別為 $\mu_x = 60$ ， $\mu_y = 15$ ，標準差分別為 $\sigma_x = 10$ ， $\sigma_y = 5$ ，今每個人合併自己這兩部分的分數為國文成績，其標準差為 14，則原來兩種分數的相關係數為 0.F G。

試題結束

市立臺中一中 113 學年度 第二學期 第一次期中考 高一數學試題 簡答

一、單選題

1. (1) 2. (4)

二、多選題

3. (3)(4)(5) 4. (2)(4) 5. (2)(3)(4)(5) 6. (1)(4)(5) 7. (3)(5)

三、選填題(一)

- A. 20% B. $\frac{1}{30}$ C. 62 D. $\frac{79}{11}$ E. 14 F. $\frac{33}{128}$, 38
G. 45 H. $\frac{45}{2}$

四、選填題(二)

- I. $\frac{24}{25}$ J. 0.71