

一、單選題(每題 6 分，共 24 分)

- 連續投擲一公正骰子兩次，設出現的點數依序為 a, b 。試問發生 $\log(a^3) - \log(b^2) > 1$ 的機率為多少？
 (1) $\frac{1}{18}$ (2) $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{5}{18}$
- 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式函數，滿足 $(x+2)f(x)$ 除以 x^3+1 的餘式為 $x+2$ 。若 $f(0)=2$ ，則 $f(2)$ 的值為下列哪一個選項？
 (1) 8 (2) 10 (3) 15 (4) 18 (5) 20
- 有十棟大廈排成一列，由左至右分別編號 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10。今電信公司想選取其中三棟大廈的屋頂分別設立一座電信基地台。若基地台不能設立於相鄰的兩棟大廈，以免訊號互相干擾，試問在 3 號，4 號大廈不設立基地台的情況下，有多少種設立基地台的選取方法？
 (1) 20 (2) 24 (3) 30 (4) 50 (5) 56
- 設矩陣 $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ ，且 $AB = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ，若 $A^7 - 4A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d$ 之值為下列哪一個選項？
 (1) -8 (2) -5 (3) 5 (4) 8 (5) 10

二、多選題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個選項或五個選項或未作答得 0 分)

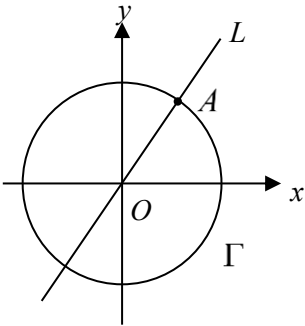
- 設 $f(x) = -x^3 + 7x + 6$ ，下列關於函數 $y = f(x)$ 之描述，試選出正確的選項。
 (1) $y = f(x)$ 的圖形通過 $(-1, 0)$
 (2) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸只有一個交點
 (3) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = 7x + 6$
 (4) $y = -x^3 + 3x^2 + 4x - 6$ 的圖形可由 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移得到
 (5) $y = f(x)$ 在區間 $[0, 3]$ 內函數值的平均介於 6 與 7 之間
- 在球心為 O 的球形地球儀上，有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個點，其中 A 、 B 、 C 三點都在赤道上，且經度分別為東經 0° 、 60° 和 90° ； D 、 E 兩點都在北緯 30° 線上，且經度分別為東經 60° 、西經 120° 。試選出正確的選項。
 (1) 北緯 45° 線的長度等於赤道長度的 $\frac{1}{2}$
 (2) 「由 A 沿赤道移動到 B 的最短路徑長」等於「由 D 沿東經 60° 經線移動到北極點的路徑長」
 (3) 「由 D 沿北緯 30° 線移動到 E 的路徑長」等於「由 D 沿東經 60° 經線移動到北極點，再由北極點沿西經 120° 經線移動到 E 的路徑長的總和」
 (4) 「 B, E 兩點的球面距離」為「 B, D 兩點的球面距離」的 5 倍
 (5) 通過北極點與 A 點的直線與通過北極點與 C 點的直線互相垂直

3. 如下圖， L 為坐標平面上通過原點 O 的直線， Γ 是以 O 為圓心的圓，且 L 與 Γ 有一個交點 $A(3,4)$ 。已知 B, C 為 Γ 上的相異兩點滿足 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}$ 。試選出正確的選項。

- (1) 過 A 與 Γ 相切的直線方程式為 $4x+3y=24$

(2) 直線 BC 的斜率為 $\frac{3}{4}$
- (3) $\angle AOB=120^\circ$

(4) $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{25}{4}$
- (5) B 與 C 在同一象限內



三、填充題(計分方式如下)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
分數	6	12	18	24	30	36	42	48	52

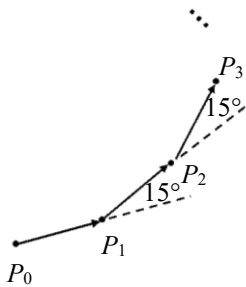
1. 如右圖所示，平面上有一點 P_0 先朝某方向前進 4 個單位長到達點 P_1 後，依前進方向左轉 15° ；朝新方向前進 4 個單位長到達點 P_2 後，然後再依前進方向左轉 15° ；再朝新方向前進 4 個單位長到達點 P_3 後，...依此類推。則向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 與 $\overrightarrow{P_5P_6}$ 的內積為_____。

2. 平面上有一箏形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{3}$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 2$ ， $\angle BAD = 150^\circ$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。(化為最簡根式)
3. 袋中有藍、綠、黃三種顏色的球共 10 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球（每顆球被抽中的機率相等），若抽出的兩顆球皆為藍色的機率為 $\frac{2}{15}$ ，皆為綠色的機率為 $\frac{2}{9}$ ，今從袋中隨機抽出兩球，已知兩球為相異顏色的條件下，兩球為一藍一綠的機率為_____。(化為最簡分數)

4. 若 x, y 為兩正實數，且滿足 $x^{\frac{-1}{2}}y^2 = 1$ 及 $\frac{1}{2}\log y = 1$ ，則 $y^{\frac{1}{4}\log x} =$ _____。
5. 在四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ 兩兩互相垂直，且 $\overline{BC} = \overline{BD} = 10$ ， $\overline{CD} = 8\sqrt{2}$ ，則點 A 到平面 BCD 的距離為_____。(化成最簡根式)(角錐體積 = $\frac{\text{底面積} \times \text{高}}{3}$)

6. 串校全體高三學生都有報考學測數學 A 或數學 B ，在這些學生中同時報考數學 A 和數學 B 的學生佔全體高三的 $\frac{3}{20}$ ，報考數學 B 學生中有 $\frac{2}{3}$ 的學生沒有報考數學 A 。今隨機抽一位學生，已知他有報考數學 A ，則他同時也有報考數學 B 的機率為_____。
7. 某產品生產 x 件產品的邊際成本函數為 $f(x) = 200 - 0.3x^2$ (元)，當產量從 10 件增加到 30 件時，則增加這 20 件產品所增加的成本為_____元。

8. 在市場上，已知某商品 x 件的需求函數與供給函數分別為 $D(x) = -0.3x^2 + 390$ (元)， $S(x) = 0.3x^2 + 6x + 30$ (元)，求：(1)在均衡價格的消費者剩餘為_____元。(2)在均衡價格的生產者剩餘為_____元。



市立臺中一中 113 學年度第一學期期末考 高三數學乙 簡答

一、

1.(5) 2.(2) 3.(2) 4.(4)

二、

1.(1)(3)(4) 2.(2)(4) 3.(3)(5)

三、

1. 8 2. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ 3. $\frac{20}{29}$ 4. 10000 5. $\frac{12\sqrt{34}}{17}$ 6. $\frac{3}{14}$ 7. 1400 8. (1)1600 (2)2800