

高雄市高雄中學 113 上高一第一次期中考

一、填充題（占 90 分）

說明：第 1 題至第 14 題。																		
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
分數	8	16	24	32	40	46	52	56	60	64	68	72	75	78	81	84	87	90

1. 下列哪些可為實數系 $\mathbb{R}$ 的子集之表示式？

(1) $(0, 1)$ (2) $[1, 0]$ (3) $\{1, 0\}$ (4) $\{1 < x < 5\}$

(5) $\{\emptyset\}$ (6) $\left[\frac{13}{6}\right]$ (7) $\left|\frac{13}{6}\right|$

2. p 、 q 為兩敘述，已知複合敘述 $p \vee q$ 、 $p \rightarrow q$ 以及 $p \rightarrow \sim q$ 皆為真，試判斷之真偽，請選出正確的選項。

(1) p 為真、 q 為真

(2) p 為真、 q 為假

(3) p 為假、 q 為真

(4) p 為假、 q 為假

(5) 以上皆非

3. 已知 $(3 + 2\sqrt{2})^3 = x + y\sqrt{2}$ ，其中 x, y 均為有理數，試求數對 (x, y) 。

4. 將 $\frac{6}{13}$ 化成循環小數後，令小數點後第 113 位的數字為 a 、小數點後第 2024 位的數字為 b ，試將循環小數 $0.\overline{ab}$ (循環節只有 1 位) 化成最簡分數。

5. 有甲、乙、丙三處山坡，甲山坡測得水平距離為 13、垂直距離為 5；乙山坡測得水平距離為 $\sqrt{182 + 26\sqrt{13}}$ 、垂直距離為 $\sqrt{38 + 10\sqrt{13}}$ ；丙山坡測得水平距離為 $\sqrt{197 + 52\sqrt{7}}$ 、垂直距離為 $\sqrt{53 + 20\sqrt{7}}$ ，試比較三山坡的坡度大小。

(坡度 = $\frac{\text{垂直距離}}{\text{水平距離}} \times 100\%$)

6. 一等比數列，已知末項是 4，公比是 $\frac{-1}{2}$ ，總和是 684，則求此級數的首項。

7. 設二等差數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 兩數列前 n 項和之比為 $(7n+1):(4n+27)$ ，試求第 7 項之比 $a_7:b_7=?$

8. 令 $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ，試化簡下列各式之值：

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ；

(2) $\frac{x^5 - x^3 + x}{x^6 + 1}$ 。

9. 已知三實數 a, b, c 成等比數列，且滿足 $a+b+c = \frac{9}{2}$ 、 $a^2+b^2+c^2 = \frac{189}{4}$ 。

試求 a, c 的等差中項。

10. 實數 a, b 滿足

① $|a-7| + |a+5| = 12$

② $|a-b| + |a+5| = |b+5|$

③ $|a-7| + |b-7| = |a-b|$

④ $|b-26| + 19 = |b-7|$

(1) 試找出 a 的最大範圍；

(2) 試找出 b 的最大範圍

11. $s = \sqrt{(110+2\sqrt{2})(111+2\sqrt{2})(112+2\sqrt{2})(113+2\sqrt{2})} + 1$ ，試求 s 的近似值(四捨五入到整數)。

($\sqrt{2} \approx 1.414$)

12. 解不等式 $|x+1| + |x-2| + |x-5| \leq 6$

13. x 為任意實數，試求 $\frac{(x^2+2x+1)(x^2+2x-5)}{x^2+2x+3}$ 的最小值。

14. $S = \{k \mid k \text{ 為自然數}, 1 \leq k \leq 500, \text{ 且 } k \text{ 不是 } 3 \text{ 或 } 4 \text{ 的倍數}\}$

(1) 試求 $n(S)$

(2) 將 S 內的元由小排到大，試求第 53 個元是哪一個正整數？

(3) 集合 $A = \{\sqrt{k} \mid k \in S\}$ ， $\mathbb{Q}$ 為所有有理數所成集合。試求 $n(A \cap \mathbb{Q})$

二、計算證明題（占 10 分）

說明：第 15 題。

15. 設數線上三點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ ， $c = (2\sqrt{5} - 4)a + (5 - 2\sqrt{5})b$ ，其中 a, b 為有理數，且 $a < b$ 。

(1) 試比較 a, b, c 之大小；

(2) 試求 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$ 之比值並化簡。

(3) 已知 $\sqrt{5}$ 是無理數，試證明 c 是無理數。

参考答案

1. 13

2. 3

3. (99, 70)

4. $\frac{11}{30}$

5. 丙 > 乙 > 甲

6. 1024

7. 92 : 79

8. (1) 10 ; (2) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

9. $\frac{15}{4}$

10. (1) $-5 \leq a \leq 7$; (2) $b \geq 26$

11. 13070

12. $x = 2$

13. -2

14. (1) 250 ; (2) 106 ; (3) 7

15. (1) $a < c < b$; (2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$; (3) 略