

113 學年度第二學期第一次定期考高三數乙試題

命題範圍：線性規劃、機率分布

一、填充題：(每格 5 分，共 75 分)

1. 現在有一個硬幣，若其宣稱正面機率為 0.5，以下我們依合理性的檢定步驟來檢定此主張是否合理：

- 設定檢定的假設：檢定的假設為“投擲硬幣出現正面的機率為 0.5”
- 選擇檢定的試驗：重複投擲此硬幣 13 次，記錄出現正面的次數
- 訂定顯著水準：顯著水準訂為 0.05

隨機變數 X 表示重複投擲硬幣 13 次出現正面的次數。下表為 X 的機率分布表：

$X = k$	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	0.0001 22	0.0015 87	0.0095 21	0.0349 12	0.0872 8	0.1571 04	0.2094 73
$X = k$	7	8	9	10	11	12	13
$P(X = k)$	0.2094 73	0.1571 04	0.0872 8	0.0349 12	0.0095 21	0.0015 87	0.0001 22

試回答下列問題：

- (1) 顯著水準訂為 0.05 時，拒絕域為何？____(A)____
 - (2) 若擲出正面次數為 3 次，是否要拒絕假設？____(B)____
2. 已知 a, b 為實數，在橫軸為 x ，縱軸為 y 的坐標平面上，滿足不等式 $y \geq ax + b$ 的可行解區域內有 $A(-1, 1)$ 、 $B(1, 1)$ 兩點，滿足不等式 $y \leq ax + b$ 的可行解區域內有 $C(-3, -1)$ 、 $D(3, -1)$ 兩點，試回答下列問題：
- (1) 若 $b = 0$ ，則實數 a 的範圍為何？____(C)____
 - (2) 若將所有滿足題意的 (a, b) 畫在以橫軸為 a 縱軸為 b 的坐標平面上，設其形成的區域為 D ，則 D 的面積為何？____(D)____
 - (3) 承(2)，若 (a, b) 是 D 的任一點，則 $a + 2b$ 的最小值為何？____(E)____

(4) 承(2)，若 (a,b) 是 D 的任一點，則 $(a-2)^2 + \left(b - \frac{7}{3}\right)^2$ 的最小值為何？

____(F)____

3. 小建和小明各投擲一個公正的骰子，小建擲出的點數為 a_1 ，小明擲出的點數為 a_2 ，試回答下列問題：

(1) 若小建和小明各投擲骰子一次，且隨機變數 $X = |a_1 - a_2|$ ，則 $P(X = 2)$ 的值為____(G)____

(2) 若小建和小明各投擲骰子一次，當 $|a_1 - a_2| \leq 2$ 時，小建可獲得 300 元；

當 $|a_1 - a_2| = 3$ 時，小建可獲得 600 元；當 $|a_1 - a_2| \geq 4$ 時，小建可獲得 1200 元，若隨機變數 Y 為小建獲得的金額，則 $P(Y = 300)$ 的值為____(H)____， $P(Y = 600)$ 的值為____(I)____，期望值 $E(Y)$ 為____(J)____元，變異數 $Var(Y)$ 為____(K)____

(3) 若小建和小明各投擲骰子一次，則 $(1 - a_1)(a_1 - a_2)(a_2 - 6)$ 為奇數的機率是____(L)____

(4) 若小建和小明各投擲骰子 100 次，每次投擲的結果互相獨立，且隨機變數 Z 為 $(1 - a_1)(a_1 - a_2)(a_2 - 6)$ 是奇數的次數，則期望值 $E(Z)$ 為____(M)____，變異數 $Var(Z)$ 為____(N)____。若隨機變數 Z 的機率質量函數 $P(Z = k)$ 的最大值發生在 $Z = k_0$ 的時候，則 k_0 的值為____(O)____。

二、計算題：(2 題，共 25 分)

1. 設 x, y 為實數，二元一次聯立不等式(F)：

$$\begin{cases} x - 4y + 14 \geq 0 \\ 4x + 3y + 18 \geq 0 \\ x - 2y - 1 \leq 0 \\ 3x + y - 10 \leq 0 \end{cases},$$

試回答下列問題：

- (1) 請在坐標平面上，畫出二元一次聯立不等式(F)的圖形。(需標示頂點、可行解區域及邊界的直線方程式) (9 分)
- (2) 在二元一次聯立不等式(F)的條件下，求目標函數 $2x + y$ 的最大值、最小值，以及產生最大值、最小值的點。(4 分)

2. 建中科技公司有新竹、台南二廠，都能生產三種型式的 AI 晶片，下表為每 8 小時生產量及增加生產所需費用：

	型式 A (百片)	型式 B (百片)	型式 C (百片)	增加費用(萬元)
新竹廠	1	2	1	5
台南廠	2	2	3	12

公司目前接到一份訂單：型式 A 的 1000 片，型式 B 的 1200 片，型式 C 的 1100 片，請問新竹廠工作多少小時，台南廠工作多少小時，就能以兩廠增加最少費用多少萬元來完成訂單？(12 分)