

113 學年度第一學期第二次定期考高一數學試題

範圍：直線方程式、圓方程式、圓與直線

一、多重選擇題：(占 24 分)

1. 在坐標平面上，若一直線 L 通過點 $(1, \frac{-12}{5})$ 且斜率為 $\frac{3}{5}$ ，
試選出正確的選項。
(1)直線 L 的 x 截距為 5
(2)直線 L 的 y 截距為 3
(3)直線 L 通過點 $(-10, -9)$
(4)直線 L 與 x 、 y 軸所圍成封閉區域的面積為 15
(5)將直線 L 向右平移 2 單位，再向下平移 1 單位後的新直線方程式為 $3x - 5y - 26 = 0$
2. 在坐標平面上，已知圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ ，點 $A(-10, 8)$ ，
若 P 為圓 C 上的動點，試選出正確的選項。
(1) A 點在圓 C 內
(2)線段 $\overline{AP}$ 長度之最大值為 20
(3)線段 $\overline{AP}$ 長度為最大時的 P 點坐標為 $(6, -4)$
(4)線段 $\overline{AP}$ 長度為最小時的 P 點坐標為 $(-2, 2)$
(5)滿足線段 $\overline{AP}$ 長度為整數時的 P 點共有 20 個
3. 設 a 為實數，已知坐標平面上的三直線 $L_1: x - 2y + 3 = 0$ 、
 $L_2: 3x - ay + 1 = 0$ 、 $L_3: ax + y - 2 = 0$ 不能圍成三角形，
若下列選項為可能的實數 a 之值，試選出正確的選項。
(1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (5) -6

二、選填題：(占 56 分)

- A. 設 k 為正整數，在坐標平面上，已知圓 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$ 與直線 $L: x-2y+k=0$ 不相交，則滿足條件的最小正整數 k 值為_____。
- B. 設 t 為實數，已知坐標平面上有兩點 $A(-4,-1)$ 、 $B(1,2)$ 與 y 軸上的動點 $P(0,t)$ ，若 $t=a$ 時， $\overline{PA} + \overline{PB}$ 有最小值 m ，則實數數對 $(a,m) =$ _____。
- C. 在坐標平面上，已知有一圓 C 切直線 $4x-y-2=0$ 於點 $(1,2)$ ，且圓心在直線 $2x+3y+7=0$ 上，則圓 C 之半徑長為_____。
- D. 設 $k > 0$ ，在坐標平面上，已知 $C: x^2 + y^2 - 4x - ky + 5 = 0$ 之圖形為一圓，若點 $P(-3,2)$ 在圓 C 外，則 k 的範圍為_____。
- E. 坐標平面上，設 $\triangle ABC$ 其中兩邊所在的直線方程式分別為 $\overline{AB}: 7x+y-10=0$ 、 $\overline{AC}: 2x+y-5=0$ ，且外心坐標為 $O(-2,-1)$ ，則 B 點坐標為_____。
- F. 設 a 、 b 為實數，若坐標平面上的直線 $L: x+ay+b=0$ 通過點 $P(-2,-5)$ 且與 x 、 y 軸在第四象限圍成面積為 16 之三角形，則數對 $(a,b) =$ _____。
- G. 在坐標平面上，若有一圓 C 通過兩點 $A(-7,3)$ 、 $B(1,-1)$ ，其半徑長為 r ，設圓心 $O(h,k)$ 在第三象限且圓心與弦 $\overline{AB}$ 的距離為 $\sqrt{5}$ ，則 $h+k+r =$ _____。

- H. 在坐標平面上，有三條平行線 $L_1: 2x - y + a = 0$ 、 $L_2: 2x - y + b = 0$ 、 $L_3: 2x - y + c = 0$ ，其中 $a > b > c$ ，若 L_1 、 L_2 、 L_3 將圓

$C: (x+3)^2 + (y-2)^2 = 60$ 的圓周平分成 6 等分，

則有序數組 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、混合題：(占 20 分)

1. 設 m 為實數，在坐標平面上，若 $y = \sqrt{x(6-x)}$ 的圖形與直線 $L: y + 3 = m(x + 2)$ 有兩個交點，試求 m 值的範圍。(7 分)

2. 給定坐標平面上一點 $A(6, 19)$ 及兩直線 $L_1: x + 2 = 0$ 、

$L_2: 7x - 24y + 22 = 0$ ，若圓 C 通過 A 點且與直線 L_1 、 L_2 皆相切，已

知滿足上述條件的圓 C 有兩個，其中小圓 C_1 的圓心為 O_1 、半徑為

r_1 ；大圓 C_2 的圓心為 O_2 、半徑為 r_2 。

(1) 設 $P(a, b)$ 為兩圓 C_1 與 C_2 連心線段 $\overline{O_1O_2}$ 上的動點，

試選出正確的聯立不等式。(3 分)

- | | |
|--|--|
| (A) $\begin{cases} a + 2 > 0 \\ 7a - 24b + 22 > 0 \end{cases}$ | (B) $\begin{cases} a + 2 > 0 \\ 7a - 24b + 22 < 0 \end{cases}$ |
| (C) $\begin{cases} a + 2 < 0 \\ 7a - 24b + 22 > 0 \end{cases}$ | (D) $\begin{cases} a + 2 < 0 \\ 7a - 24b + 22 < 0 \end{cases}$ |

(2) 試求兩圓 C_1 與 C_2 的方程式。(以標準式作答) (10 分)