

高雄市高雄女中 113 上高一第二次期中考

一、多選題（占 28 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 7 分。(7-4-1-0)

1. 坐標平面上，已知 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(1, 2)$ ， $B(4, 6)$ ， $C(-4, 14)$ ，若 $\overline{BC}$ 上有一點 D 點且 $\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 1$ ，下列敘述哪些正確？

- (1) D 點坐標為 $(-2, 12)$
- (2) $\overline{BC}$ 所在的直線方程式為 $x + y = 10$
- (3) $\overline{AD}$ 所在的直線方程式為 $10x + 3y = 16$
- (4) $\triangle ABC = 28$
- (5) $\triangle ABC$ 中 $\overline{BC}$ 上的高為 $\frac{7}{2}$

2. 設點 $P(a, b)$ 在三直線 $L_1 : -x + 2y + 6 = 0$ 、 $L_2 : 2x + y = 4$ 、 $L_3 : 2x - y = -2$ 所圍成的三角形區域內（包含直線），則 $P(a, b)$ 可以使得下列哪些不等式必然成立？

- (1) $a - 2b \leq 6$
- (2) $2a + b \geq 4$
- (3) $a - b \leq -1$
- (4) $a + b \leq 5$
- (5) $2a - b \leq -2$

3. 若直線 $L : y = -x + k$ 在坐標平面上移動，且兩圓 $C_1 : x^2 + y^2 = 2$ 與 $C_2 : (x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 2$ ，試問下列敘述那些正確？

- (1) 當 $k = -2$ ，直線 L 與圓 C_1 相交於兩點
- (2) 當 $k = -5$ ，直線 L 與圓 C_1 不相交
- (3) 當 $k = 10$ ，直線 L 與圓 C_2 相交於一點
- (4) 當 $k = 13$ ，直線 L 與圓 C_2 不相交
- (5) 當 $2 < k < 10$ ，直線 L 在圓 C_1 與圓 C_2 之間通過

4. 已知圓 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 37$ 內有一點 $P(2, 4)$ 在弦 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AP} = 2\overline{PB}$ ，試問下列敘述哪些正確？

(1) $\overline{AB} = 12$

(2) 通過 A, B 的直線有一條

(3) 圓心到 $\overline{AB}$ 的距離為 2

(4) 通過 A, B 的直線方程式可能為 $3x - 2y = -2$

(5) 通過 A, B 的直線方程式可能為 $x = 2$

二、填充題（占 72 分）

說明：第 5 題至第 16 題，每格 6 分。

5. 已知直線 L 與直線 $x - 3y + 2 = 0$ 平行，且直線 L 通過 $A(1, -1)$ ，試求 L 的方程式為【 】。（請用 $ax + by + c = 0$ 表示答案）

6. 坐標平面上，已知圓 C 方程式為 $2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y - 12 = 0$ ，求圓 C 的面積為【 】。

7. 已知直線 L 與 M 均與直線 $3x + 4y - 12 = 0$ 垂直，且 L 與 M 兩直線分別與 x 軸、 y 軸所圍成的三角形面積均為 24，求 L 與 M 的距離為【 】。

8. 若 $A(3, 1)$ 與 $B(1 - k, -1)$ 所形成的線段為 $\overline{AB}$ ， $\overline{AB}$ 會與 $L: 3x + y = 4$ 相交，則 k 的範圍為何？【 】。

9. 設一圓 Q 切 x 軸於 $(5, 0)$ ，且被 y 軸所截的弦長為 24，試求此圓 Q 的面積為【 】。

10. 坐標平面上，圓 C 方程式為 $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$ 與一直線 $L: x + 2y = k$

(1) $P(x, y)$ 在圓 C 上，若 $x^2 + y^2$ 的範圍為 $a \leq x^2 + y^2 \leq b$ ，試求 $a + b =$ 【 】。

(2) 直線 L 先向右移動 1 單位再向上移動 2 單位後得到直線 L_1 ，若 L_1 與 $x + 2y = 10$ 的距離為 $\sqrt{5}$ ，試求 $k =$ 【 】。

11. 若坐標平面上有兩條直線 $L: kx - 2y = 2k - 1$ 與 $M: 3x + sy = 2s - 1$ 互相重合，試求 $k + s$ 的值為【 】。

12. 坐標平面上，設圓 $C: x^2 + y^2 + px + qy - 8 = 0$ 與直線 $x + y = 2$ 相切於 $(-4, r)$ ，則 $p + q + r =$ 【 】。

13. 在坐標平面上，有四個不等式分別為 $x + y \geq 6$ ， $x - 4y \geq -14$ ， $6x - y \leq 50$ ， $x + 3y \leq 21$ 將 xy 平面圍成一個封閉的區域 R ，若動點 $P(a, b)$ 在區域 R 內移動(包含邊界)，試問：

(1) 若 a 和 b 均為整數，則動點 $P(a, b)$ 共有【 】個。

(2) 試求 $a^2 + b^2$ 的最小值為【 】。

14. 平面坐標上有一點 $P(8, 14)$ 對圓 $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ 作圓之切線，若切點分別為 A, B ，則 $\triangle PAB$ 的面積為【 】。

15. 坐標平面上正 $\triangle ABC$ 的邊長為 17，點 P 在 $\triangle ABC$ 的外部， $\overline{AP} = 8$ ， $\overline{BP} = 15$ ，試問符合條件的點 P 共有幾個？【 】。

16. 若 E 點在直線 $L_1: y = x$ 上， F 點在直線 $L_2: y = 0$ 上， D 點在圓 $C: (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 1$ ，試求 $\triangle DEF$ 的最短周長為【 】。

参考答案

1. 1234 2. 14 3. 235 4. 15

5. $x - 3y - 4 = 0$

6. 8π

7. $\frac{48}{5}$

8. $k \geq -\frac{2}{3}$

9. 169π

10. (1) 68 ; (2) 0 , 10

11. $\frac{71}{21}$

12. 62

13. (1) 30 ; (2) 18

14. 40

15. 2

16. $4\sqrt{5} - \sqrt{2}$