

台南市台南一中 113 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

1. 選出正確者：

(1) $\tan \frac{\pi}{3} > \frac{\pi}{3}$

(2) $\sin 2 > \sin 2^\circ$

(3) $\cos 2 > \cos 2^\circ$

(4) $\sin 3^\circ > \sin 2^\circ + \sin 1^\circ$

(5) $\sin 6 + \cos 6 > 0$

2. 選出最小正週期為 π 的函數：

(1) $y = \sin \frac{x}{2}$

(2) $y = \sin (2x + \pi)$

(3) $y = 2 \sin x + \pi$

(4) $y = \sin^2 x - \cos^2 x$

(5) $y = |\sin x - \cos x|$

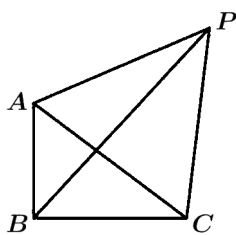
二、填充題（占 78 分）

說明：第 3 題至第 15 題，每題 6 分。

3. 一扇形的周長為 10 cm ，面積為 6 cm^2 ，中心角為 θ 徑且 $\theta < 2$ ，求 $\theta = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

4. 求 $\cos \frac{\pi}{8} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

5. 已知 k 為整數且 $0 \leq k \leq 11$ ，則滿足 $\sin\left(k \cdot \frac{\pi}{11}\right) > \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的 k 有【 】個。
6. 已知兩直線 $y = 3x$ 與 $y = -4x$ 的銳夾角為 θ ，求 $\tan \theta =$ 【 】。
7. $0 \leq \theta < 2\pi$ ，求方程式 $\tan 2\theta = -\tan \theta$ 所有解之和【 】。
8. 已知 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 且 $-\sqrt{3} \sin 70^\circ + \cos 70^\circ = 2 \sin \theta$ ，求滿足條件的 θ 之最大角度【 】°。
9. 已知 $(\cos 1)(\cos 2)(\cos 4) = k \cdot \frac{\sin 8}{\sin 1}$ ，求常數 $k =$ 【 】。
10. 將 $y = 2 \cos x$ 的圖形沿水平方向伸縮 a 倍 ($a > 0$)，再往右平移最小正單位 b 可得 $y = 2 \cos\left(\frac{x}{4} - \pi\right)$ 的圖形，求 $b =$ 【 】。
11. 遊樂區有一圓形摩天輪，中心軸高 30 公尺，直徑 50 公尺，逆時針方向運轉一圈需時 20 分鐘，當摩天輪開始運轉時，小美恰坐在離地面最高的位置上， x 分鐘後，小美離地的高度可表為 $y = a \sin(bx + c) + d$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 \leq c < 2\pi$ ，求序對 $(a, b, c, d) =$ 【 】。
12. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ，以 $\overline{AC}$ 為一邊往外作一正三角形 PAC ，求 $\overline{PB}^2 =$ 【 】。



13. 已知 $f(x) = 3 \sin\left(\frac{x}{a} + b\right)$ 圖形距離原點最近的兩條對稱軸依序為 $x = -1$ 與 $x = 4$ ，且 $a > 0$ ， $|b| < \frac{\pi}{2}$ ，求序對 $(a, b) =$ 【 】。
14. $\triangle ABC$ 中， $2\angle A = 3\angle B$ 且 $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{AC} = 12$ ，求 $\cos \angle B =$ 【 】。

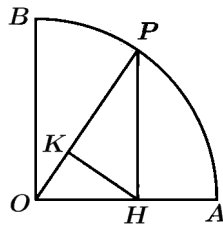
15. 方程式 $n\pi \cos x = |x|$ 有 366 個實數解，求正整數 $n = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$ 。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

16 — 17 題組

如圖，已知扇形 OAB 半徑 1，中心角 $\angle AOB = 90^\circ$ ， P 為劣弧 AB 上的動點，過 P 作 $\overline{PH} \perp \overline{OA}$ 於 H ，再作 $\overline{HK} \perp \overline{OP}$ 於 K ，設 $\angle POA = \theta$



16. 將 $\overline{PK} + 2\overline{KH}$ 表成 $a \sin 2\theta + b \cos 2\theta + c$ (a, b, c 為常數)? (非選擇題，4 分)

17. 求 $\overline{PK} + 2\overline{KH}$ 的最大值及此時的 $\tan \theta = ?$ (非選擇題，6 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 125 2. 245

3. $\frac{4}{3}$

4. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

5. 4

6. $\frac{7}{11}$

7. 5π

8. 320°

9. $\frac{1}{8}$

10. 4π

11. $\left(25, \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{2}, 30\right)$

12. $25 + 12\sqrt{3}$

13. $\left(\frac{5}{\pi}, -\frac{3\pi}{10}\right)$

14. $\frac{4\sqrt{13}-1}{18}$

15. 182, 183

第貳部分：混合題

16. $\sin 2\theta - \frac{1}{2}\cos 2\theta + \frac{1}{2}$

17. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$