

台中市台中女中 113 下高二第二次期中考 2A

一、多選題（占 27 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 9 分。(9-6-3-0)

1. 有一正立方體如圖，已知點 $G(4, 1, 0)$ 和直線 $AD: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-1}{1}$ ，下列敘述何者正確？

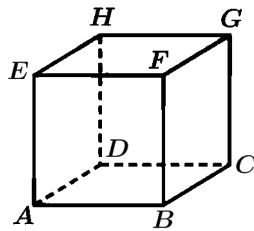
(1) 直線 AD 和 $L: \frac{x-4}{2} = \frac{-y-9}{6} = \frac{z-3}{2}$ 重合

(2) 直線 AD 與平面 $3x + 6y + 9z = 4$ 會相交

(3) 直線 AD 到平面 $2x - y - 5z = 1$ 的距離為 $\frac{2}{\sqrt{30}}$

(4) D 點在 y 軸上

(5) 此正立方體的體積為 $5\sqrt{5}$



2. 兩不相交直線 $L_1: \begin{cases} 2x - y - 3z = -5 \\ 3x + 2y - z = 3 \end{cases}$ 與 $L_2: \begin{cases} x = 2 + 2s \\ y = 5 + s \\ z = 6 - s \end{cases}$ ， s 為實數，已知兩點 P, A 在 L_1 上，

另外兩點 Q, B 在 L_2 上，且 $\overline{PQ}$ 與 L_1, L_2 皆垂直，下列敘述何者正確？

(1) 向量 $(-2, 2, 2)$ 為 L_1 的方向向量

(2) 若 $L_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = b + dt \\ z = c + et \end{cases}$ ， t 為實數，則數對 $(b, c) = (1, 2)$

(3) L_1 和 L_2 兩直線垂直

(4) L_1 和 L_2 的距離為 $\sqrt{32}$

(5) 若 $\overline{PA} = \overline{QB} = 2$ ，則 $\overline{AB} = 6$

3. 箱子有 3 白球和 4 紅球，求大小形狀相同，僅顏色相異。有甲乙丙丁戊己庚共 7 人，依甲第一、乙第二、…、庚第七的次序，從袋中各取一球且取後不放回，下列敘述何者正確？

(1) 甲乙皆取得白球的機率大於己庚皆取得白球的機率

(2) 甲、乙取出同色球的條件下，丙取得紅球的機率大於己取得紅球的機率

(3) 甲、乙取出同色球的條件下，戊取得紅球的機率為 $\frac{8}{15}$

(4) 甲、乙取出不同色球的條件下，戊取得紅球的機率為 $\frac{2}{5}$

(5) 若沒有連續兩人都取出白球，則甲取出白球的機率為 $\frac{3}{5}$

二、填充題（占 60 分）

說明：第 4 題至第 15 題，每題 5 分。

4. 點 $A(1, 2, 3)$ 對平面 $E: x - 3y - 2z = -4$ 的對稱點坐標為【 】。

5. 李探長為找槍手的可能發射位置，他設定一空間坐標，先從 $(0, 0, 2)$ 朝向 $(5, 8, 3)$ 發射一固定雷射光束，接著又從點 $(2, 1, a)$ 沿平行於 y 軸方向發射另一雷射光束，當 $a =$ 【 】時，兩雷射光束會相交。

6. 若點 $A(2, 1, 3)$ 、 $B(4, -3, -13)$ 和 y 軸上一點 C 皆在平面 E 上，且平面 E 和直線 $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-1}{16}$ 平行，則 C 點坐標為【 】。

7. 設三平面 $E_1: 3x + y - z + 1 = 0$ 、 $E_2: x + y + z = 0$ 、 $E_3: 2x - y + 3z = -7$ ，平面 E 過 E_1 與 E_2 之交線 L ，且平面 E 與平面 E_3 垂直，若平面 E 方程式為 $ax + by + cz = -2$ ，則 $a + b + c =$ 【 】。

8. 設平面 E 通過點 $P(2, 3, 1)$ 且與 x 軸、 y 軸、 z 軸的正向交於 A 、 B 、 C 三點，又 O 為原點，則 $2\overline{OA} + 3\overline{OB} + 4\overline{OC}$ 的最小值為【 】。

9. 空間中有兩歪斜線 $L_1: \frac{x-2}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z-1}{c}$, $L_2: \frac{x-4}{-c} = \frac{y+2}{-a} = \frac{z-2}{b}$, 其中 a, b, c 皆為整數。若 $P(2, 0, 1)$ 、 $Q(4, -2, 2)$ 恰為此兩歪斜線公垂線段的兩端點, 則正整數 1 到 30 中, 有【 】個數可能為 $a+b+c$ 的值。

10. 空間中兩點 $P(4, 5, -2)$ 、 $Q(8, 7, 1)$, 則 $\overrightarrow{PQ}$ 在平面上 $E_1: 4x + 2y - 3z = 7$ 、 $E_2: 2y - 5z = -9$ 、 $E_3: x - 5y + z = 2$ 的投影長分別為 a 、 b 、 c , 則 a 、 b 、 c 的大小關係為【 】。

11. 甲、乙兩人比賽, 約定先勝 4 局者可得獎金 8100 元。設甲單局獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$, 且每局的比賽結果互不影響, 且無和局的狀況。已知目前甲一勝一敗, 即因故中止不再比賽, 獎金分配就依若繼續比賽兩人贏得比賽的機率之比例來分配, 則甲應分得【 】獎金。

12. 某公司生產的火箭每發射 5 發, 就有 1 發會命中目標, 若每次發射皆為獨立事件, 則至少要發射【 】發, 才能使命中目標的機率大於 0.8。
($\log 2 \approx 0.3010$)

13. 某飲料公司有甲、乙、丙三條生產線, 其產量分別佔總產量的 50%、30%、20%, 且知此三條生產線的產品中分別有 $x\%$ 、4% 與 3% 的瑕疵品。今任選一罐飲料, 且在該罐飲料是瑕疵品的條件下, 發現該飲料來自甲廠的機率為 $\frac{25}{43}$, 則 x 的值為【 】。

14. 某疾病分為兩種類型: 第一類占 60%, 可藉由藥物 A 治療, 其每一次療程的成功率為 60%, 且每一次療程的成功與否互相獨立; 其餘為第二類, 藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型, 且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下, 進行到第三次療程才成功的機率為【 】。

15. 袋子裡有六張卡片, 其中三張卡片雙面都是黑色, 兩張兩面都是白色的, 剩下一張是依面黑色、另一面是白色。若從中抽出一張卡, 看到其中一面是黑色, 則這張卡的另一面是白色的機率為【 】。

三、計算題 (占 13 分)

說明: 第 16 題至第 17 題。

16. 空間中平面 $ax + by + cz = 0$ 與平面 $y = 3$ 、 $y - \sqrt{3}z = 0$ 的夾角都是 60° , 且 $a^2 + b^2 + c^2 = 48$, 則 $(a^2, b^2, c^2) = ?$

17. 擲三顆公正骰子一次，在至少出現一顆 4 點的條件下，則點數和為奇數的機率為何？(6 分)

參考答案

1. 125 2. 24 3. 35

4. $(2, -1, 1)$

5. $\frac{12}{5}$

6. $\left(0, -\frac{4}{3}, 0\right)$

7. 3

8. 49

9. 6

10. $c > a = b$

11. 6400

12. 8

13. 5

14. 0.09

15. $\frac{1}{7}$

16. $(32, 12, 4), (0, 12, 36)$

17. $\frac{45}{91}$

7