

台中市台中女中 113 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 80 分）

一、多選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 10 分。(10-5-3-0)

1. 在空間中，下列敘述何者正確？

- (1) 垂直於同一直線的兩相異直線必平行
- (2) 兩歪斜線在一平面上之正射影為相交兩直線
- (3) 相異兩平面 E, F 交於一線 L ，若 L 垂直一平面 G ，則 E, F 均垂直於 G
- (4) 過已知直線外一點，有無限多個平面與此直線平行
- (5) 若 L_1 與 L_2 是歪斜線， L_1 與 L_3 也是歪斜線，則 L_2 與 L_3 亦為歪斜線

2. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中不平行的三個非零向量， θ 為和的夾角，則下列何者正確？

- (1) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$
- (2) $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$
- (3) 若 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{c}$ ，則 $\vec{a} = \vec{b}$
- (4) 若 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{a} = \vec{b}$
- (5) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$

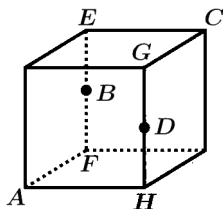
3. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中的向量，則下列哪些選項的敘述是正確的？

- (1) $(\vec{a} \times \vec{b}) \perp (2\vec{a} + 3\vec{b})$
- (2) $|\vec{a} \times (2\vec{a} - \vec{b})| = |\vec{a} \times \vec{b}|$
- (3) $\vec{a} \times (2\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \times \vec{b}$
- (4) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 所張出的平行六面體體積 $= |\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})|$
- (5) $|\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$

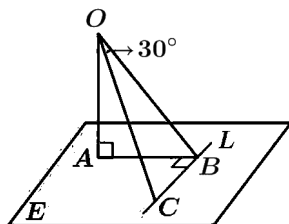
二、填充題（占 50 分）

說明：第 4 題至第 13 題，每題 5 分。

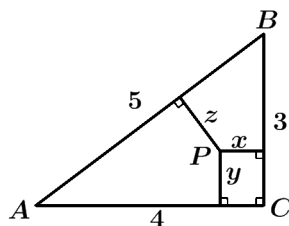
4. 如圖，一個邊長為 1 的正立方體， B ， D 分別為 $\overline{EF}$ 、 $\overline{GH}$ 中點，則四邊形 $ABCD$ 的面積 = **【 】**。



5. 如圖，設 $\overline{OA}$ 垂直平面 E 於 A 點，直線 L 在平面 E 上， $\overline{AB}$ 垂直 L 於 B 點， C 為 L 上一點，若 $\overline{OA} = 6\sqrt{3}$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\angle BOC = 30^\circ$ ，則 $\overline{BC}$ 的長度為**【 】**。



6. 如圖，已知直角三角形 ABC 的三邊長分別為 3、4、5，且 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點。設 P 至 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 三邊的距離分別為 x 、 y 、 z 。則 $x^2 + 4y^2 + 2z^2$ 的最小值 = **【 】**。



2

7. 空間中一正立方體，其 8 個頂點中的三個頂點分別為 $A(1, 2, 2)$ 、 $B(2, 1, 2)$ 、 $C(2, 2, 1)$ ，則頂點 $A(1, 2, 2)$ 在 $\overline{BC}$ 上的投影點坐標是**【 】**。

8. 設 $\vec{a} = (2, -3, -1)$ 、 $\vec{b} = (1, -1, 2)$ ，若 $\vec{a} + t\vec{b}$ 與的夾角為 150° ，則 t 的值 = **【 】**。

9. 設 $\vec{a} = (2, 0, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, 0, 2)$ ， $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，當 $t = M$ 時 $|\vec{c}|$ 有最小值 N ，則數對 $(M, N) =$ 【 】。

10. 設 $\vec{a} = (1, 1, 2)$ 、 $\vec{b} = (2, 0, 1)$ ， $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，若 $\vec{c}$ 平分 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的夾角，則 t 之值為【 】。

11. 空間中不平行亦不相交的二相異直線稱之為一組歪斜線；空間中正立方體 $ABCD - EFGH$ ，自其 8 個頂點中的任二頂點連直線，則所連直線中，有【 】對歪斜線。

12. 設 a, b, c, x, y, z 都是實數，若 $a^2 + b^2 + c^2 = 16$ ，且 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ，則 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$ 的最大值 =
【 】。

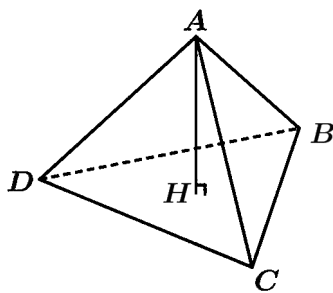
13. 已知由三向量 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ， $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ 所張出之平行六面體的體積為 5，則由三向量 $3\vec{a} - 2\vec{b}$ ， $\vec{b} + 2\vec{c}$ ， $2\vec{c} - \vec{a} + 2\vec{b}$ 所張出之四面體的體積為【 】。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題 (占 20 分)

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

下圖是一個四角錐， $\triangle BCD$ 是邊長為 6 的正三角形，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 5$ ，從頂點 A 對底面 BCD 作垂線 $\overline{AH}$ 交底面於 H 點。則：



14. 求 $\overline{AH}$ 的長。(非選擇題，5 分)

15. 設側面 ACD 與底面 BCD 所夾的二面角為 θ ，求 $\cos \theta$ 的值。(非選擇題，5 分)

16 — 17 題組

空間中有一 $\triangle ABC$ ，若 $A(1, 0, 6)$ ， $B(4, 5, -2)$ ， $C(7, 3, 4)$ ，則：

16. $\triangle ABC$ 之面積 = ? (非選擇題，5 分)

17. $\triangle ABC$ 之垂心坐標為何？(非選擇題，5 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 34 2. 25 3. 125

4. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

5. $4\sqrt{3}$

6. $\frac{96}{17}$

7. $\left(2, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

8. -3

9. $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3\sqrt{5}}{5}\right)$

10. $\frac{\sqrt{30}}{5}$

11. 174

12. 60

13. $\frac{5}{3}$

第貳部分：混合題

14. $\sqrt{13}$

15. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

16. $\frac{49}{2}$

17. (7, 3, 4)