

台北市成功高中 113 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 10 分）

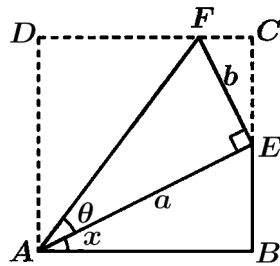
說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 如圖，直角三角形 AEF 內接於矩形 $ABCD$ 中，

$\overline{AE} = a$ ， $\overline{EF} = b$ ， $\angle FAE = \theta$ ， $\angle EAB = x$ ，

且 $x \neq \theta$ 。選出正確的選項。

- (1) $\overline{BE} = a \sin x$
- (2) $\angle CEF = \theta$
- (3) $\overline{CE} = b \cos \theta$
- (4) $\overline{AD} = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \theta)$
- (5) $\overline{AD} = a \sin \theta + b \cos \theta$



2. 下列選項何者正確？

- (1) $1 \text{ 徑} = 57.3^\circ$
- (2) $\sin 10 < 0$
- (3) $\tan 1 > 1$
- (4) $\sin 1 > \sin 2$
- (5) $\sin 1 > \cos 1$

二、填充題（占 80 分）

說明：第 3 題至第 16 題。

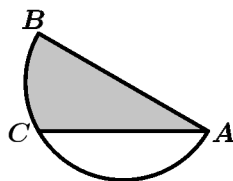
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	15	22	29	36	43	50	56	61	65	69	73	76	78	80

3. $2\pi^\circ =$ 【 】 徑。

4. 求 $\tan \frac{10\pi}{3} + \cos \left(-\frac{7\pi}{6} \right) + \sin \frac{15\pi}{4} =$ 【 】。

5. 設 f 為一週期函數且 $f(x+5) = f(x)$ ，又當 $-3 < x \leq 2$ 時， $f(x) = 3x + 2$ ，
求數對 $(f(-3), f(103)) =$ 【 】。

6. 如圖，以 $\overline{AB} = 2$ 為直徑畫一半圓，已知圓周角 $\angle BAC = 30^\circ$ ，設塗色區域的面積為 A ，周長為 p ，
求數對 $(A, p) =$ 【 】。



7. 將 $y = \sin x$ 的圖形經下列兩種平移伸縮的流程：

① $y = \sin x$ 向右平移 π 單位 $y = f_1(x)$

以 y 軸為基準，左右伸縮為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍 $y = f_2(x)$

② $y = \sin x$ 以 y 軸為基準，左右伸縮為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍 $y = g_1(x)$

向右平移 π 單位 $y = g_2(x)$

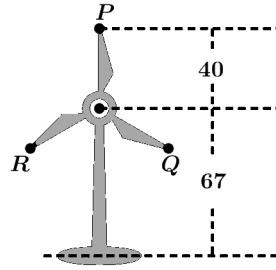
求函數 $(f_2(x), g_2(x)) =$ 【 】。

8. 若 x 為任意實數，則方程式 $9 \sin 2x = x$ 有【 】個實數解。

9. 若兩直線 $L_1: 2x + y + 5 = 0$ 、 $L_2: 2x - 3y - 7 = 0$ 的銳角夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ 【 】。

10. 如圖所示，風力發電機的三個葉片長度皆為 40 公尺，葉片之間的夾角各是 120 度，其中旋轉中心離地面 67 公尺， P, Q, R 三點為三個葉片的末端頂點，且逆時針方向旋轉一圈需時 4 秒。當風力發電機開始運轉時 ($x = 0$)， P 點恰離地最高的位置上。設 x 秒後， Q 點離地的高度 $h(x)$ (公尺) 可表為 $h(x) = a \sin(bx + \phi) + c$ 的形式，其中 $a > 0, b > 0, c \in \mathbb{R}, 0 \leq \phi < 2\pi$ 。

求 $h(x) =$ 【 】。



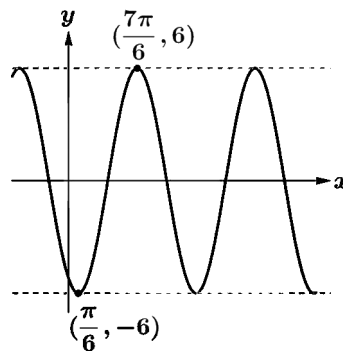
11. $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 之對邊長為 a, b, c ，若 $\sin A = \frac{5}{13}$ ， $\cos B = -\frac{3}{5}$ ，則 $a : b : c =$ 【 】。

12. 若在 $135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 的範圍內 $\sqrt{1 + \sin 2\theta} + \sqrt{1 - \sin 2\theta}$ 之最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ 【 】。

13. 若 $\tan \alpha, \tan \beta$ 為方程式 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 的兩根，則 $\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} =$ 【 】。

14. 在 $0 \leq x < 2\pi$ 的範圍內，求不等式 $-\sqrt{3} \sin x + \cos x \leq 1$ 的解為【 】。
(限以弧度(徑)單位作答)

15. 圖是曲線 $y = a \sin x + b \cos x$ 圖形的一部分，求數對 $(a, b) =$ 【 】。



16. 已知 $f(x) = 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 4\sqrt{3}\sin x + 3$ ，求：

(1) 若將 $f(x)$ 化簡為 $r\sin(\omega x + \theta) + k$ 的形式，其中 $r > 0$ ， $\omega > 0$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，則數對 $(r, \omega, \theta, k) =$ 【 】。

(2) 若在 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 的範圍內 $f(x)$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，

則數對 $(M, m) =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 18 題組

已知 θ 為標準位置角、 O 是原點， θ 終邊上有一點 $P(x, 12)$ 且 $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ ，

求：

17. 下列選項何者正確？（多選題，4 分，4-2-0）

(1) $x = -5$

(2) $\sin \theta = \frac{5}{13}$

(3) $\tan \frac{\theta}{2} > 0$

(4) $\sin \frac{\theta}{2} > 0$

(5) $\cos \frac{\theta}{2} < 0$

18. 求 $\sin 2\theta$ 與 $\tan \frac{\theta}{2}$ 的值。（非選擇題，6 分，各 3 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 14 2. 235

3. $\frac{\pi^2}{90}$

4. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $(8, -4)$

6. $\left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}, 2 + \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right)$

7. $(-\sin(2x), \sin(2x))$

8. 11

9. $\frac{\sqrt{65}}{65}$

10. $40 \sin\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{11\pi}{6}\right) + 67$

11. $25 : 52 : 33$

12. $(2, \sqrt{2})$

13. $-\frac{1}{3}$

14. $0 \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$

15. $(-3, -3\sqrt{3})$

16. (1) $\left(6, 1, \frac{\pi}{6}, 3\right)$; (2) $(9, -3\sqrt{3} + 3)$

第貳部分：混合題

17. 23

18. $\sin 2\theta = -\frac{120}{169}, \tan \frac{\theta}{2} = 5$