

台北市師大附中 113 上高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 94 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 給定正實數 k ，若方程式 $2^x = k$ 之解為 $x = a$ ，則方程式 $3^{x-1} = \frac{k}{3}$ 的解為下列哪個選項？

(1) $x = a \log_3 2$

(2) $x = a \log_3 \sqrt{2}$

(3) $x = a \log_3 4$

(4) $x = a \log_3 \frac{1}{2}$

(5) $x = a \log_3 8$

2. 已知 $a = \left(\frac{1}{5}\right)^{\log 7}$ ， $b = 5^{-\log 2}$ ， $c = \left(\frac{1}{5}\right)^{\log 6}$ ，試問下列選項何者正確？

(1) $a > b > c$

(2) $a > c > b$

(3) $b > c > a$

(4) $b > a > c$

(5) $c > a > b$

3. 已知 $0 < a < 1 < b$ ，試求 $\sqrt{(\log_b a)^2 + \log_b \left(\frac{1}{a}\right)^2} + \log_b a \times \log_a b$ 的值為何？

(1) $\log_b(a) + 3$

(2) $-\log_b(a) - 1$

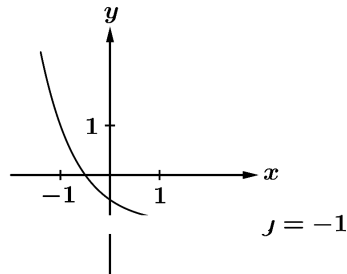
(3) $-\log_a(b) + 1$

(4) $\log_b \frac{b}{a}$

(5) $2 \log_b \frac{b}{a}$

4. 右圖為函數 $y = a + b^{x+c}$ 的圖形，且以 $y = -1$ 為其漸近線，試問下列選項何者正確？

- (1) $a > 0, 0 < b < 1, c > 0$
- (2) $a < 0, 0 < b < 1, c < 0$
- (3) $a < 0, 0 < b < 1, c > 0$
- (4) $a < 0, b > 1, c < 0$
- (5) $a > 0, b > 1, c > 0$



5. 若 a, b, c, d 為等比數列且 $\log a + \log b + \log c + \log d = 3$ ，又 $\frac{a^5}{b^2} = 10^{-1}$ ，試問 c 之值為何？

- (1) 10^{-1}
- (2) $10^{\frac{1}{2}}$
- (3) 10
- (4) $10^{\frac{3}{2}}$
- (5) 10^2

二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

6. 已知 $m > 0, n > 0$ ，下列哪些選項正確？

- (1) $\log \frac{m}{n} = \log m - \log n$
- (2) $\log n^2 = (\log n)^2$
- (3) $\log(n-m)^2 = 2 \log(n-m)$
- (4) $-\log m = \log_{\frac{1}{10}} m$
- (5) s, t 皆是不為 1 的正數，若 $\log_s m = \log_t n$ ，則 $m = n, s = t$

7. 下列哪些選項的圖形和 $y = x$ 恰交一點？

(1) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

(2) $y = \log_2 x$

(3) $y = 2^{|x-1|}$

(4) $y = 2^{-|x|}$

(5) $y = |\log_{0.5} x|$

8. 試選出下列正確的選項。

(1) 6^{20} 為 16 位數

(2) 6^{20} 的最高位數字為 4

(3) 6^{-20} 在小數點後第 15 位數字開始不為 0

(4) 已知 m 為正整數，若 5^m 是 10 位數，則 $m = 13$

(5) 已知 n 為正整數，若 $\log n$ 的整數部分為 2，則符合此條件的 n 共有 900 個

9. 已知兩函數 $f(x) = a^x$ 與 $g(x) = \log_a x$ ，其中 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ ，若 $A_1(4, 6)$ 、 $A_2(x_2, y_2)$ 、 $A_3(x_3, y_3)$ 、 $A_4(16, y_4)$ 為 $g(x)$ 上相異 4 點，其中 x 坐標 4、 x_2 、 x_3 、16 成等差，若 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 對直線 $y = x$ 的對稱點依序為 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 ，試選出下列正確的選項。

(1) $a = 2^{\frac{1}{4}}$

(2) 點 $P(3, 2)$ 必在 $f(x)$ 上

(3) 三線段 $\overline{B_1B_2}$ 、 $\overline{B_2B_3}$ 、 $\overline{B_3B_4}$ 中， $\overline{B_1B_2}$ 為最長

(4) 線段 $\overline{B_2B_3}$ 的斜率為 $\frac{2}{3}$

(5) $g(10) < \frac{g(4) + g(16)}{2}$

三、填充題（占 37 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 4 分；第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

10. 化簡 $\log_3 54 - \log_3 14 + \log_3 21 = \underline{\underline{10-1}}$ 。

11. 若方程式 $3^{2x+2} + 35 \cdot 3^x - 4 = 0$ ，則 $x = \frac{11-1}{11-2}$ 。

12. 求 $\log 5^2 + \frac{2}{3} \log 8 + \log 5 \cdot \log 20 + (\log 2)^2$ 之值 = $\frac{12-1}{12-2}$ 。

13. 已知 A, B, C 皆為大於 0 的實數，給定 $\log_2 A = a$ ， $\log_2 B = b$ ， $\log_2 C = c$ ，其中 $abc \neq 0$ ， $a + b + c = 0$ ，試求 $A^{\frac{1}{b} + \frac{1}{c}} B^{\frac{1}{c} + \frac{1}{a}} C^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ 之值 = $\frac{13-1}{13-2}$ 。

14. 已知 x 為正實數，不等式 $(3^{-x} + 1)(\log_9(x) - 4) \left(\log_3 \left(\frac{1}{x} \right) - 1 \right) \geq 0$ 的解為 $n \leq x \leq m$ ，試求 $\log_9 \left(\frac{m}{n} \right) = \frac{14-1}{14-2}$ 。

15. 若 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ，

試以 a 和 b 表示 $\log \sqrt{10^7 - 5^{10}} - 3 \log \frac{25}{3} = \frac{15-1}{15-4}a + \frac{15-2}{15-4}b - \frac{15-3}{15-4}$ 。

16. 設 x, y 均為正數且滿足 $\log_2 x + \log_2 y = -3$ ，

則 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值 = $\frac{16-1}{16-2} \sqrt{16-2}$ 。

17. 培養皿中有 A 菌及 B 菌兩種細菌，其中 A 菌隨時間變長而數目增加； B 菌隨時間變長而數目減少，若 A 菌每兩天增加為原來的兩倍， B 菌的半衰期為 x 天，一開始 A 菌及 B 菌的數量相同，經過 12 天， A 菌是 B 菌的 1024 倍，則 $x = \frac{17-1}{17-2}$ 。

第貳部分：混合題（占 6 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 19 題組

附中校園裡有一隻品種極為特別的怪鳥，某研究團隊發現，此怪鳥當天飛行的速度和其前一晚所吃食物重量有關，其關係式為 $V = m + n \log X$ ，其中 V 為當天飛行速度（公尺/小時）， X 為怪鳥前一晚所吃食物重量（公克）且 $0 < X \leq 200$ ， m, n 為常數，已知怪鳥前一晚吃 1 公克，隔天飛行速度為 80（公尺/小時），若前一晚吃 10 公克，隔天飛行速度為 50（公尺/小時），試回答下列問題：

18. 試求常數 m 與 n 的值。(非選擇題，各 2 分)

19. 若怪鳥當天飛行速度至少有 110(公尺/小時)，利用 18 題所求 m 與 n 的值，請問怪鳥前一晚最多能吃幾公克的食物？(非選擇題，2 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1 2. 3 3. 4 4. 3 5. 3

6. 14 7. 145 8. 15 9. 23

10. 4

11. -2

12. 3

13. $\frac{1}{8}$

14. $\frac{9}{2}$

15. $\frac{5a + 7b - 5}{2}$

16. $4\sqrt{2}$

17. 3

第貳部分：混合題

18. $m = 80$ ， $n = -30$

19. 0.1 公克