

台北市成功高中 113 上高二第二次期中考

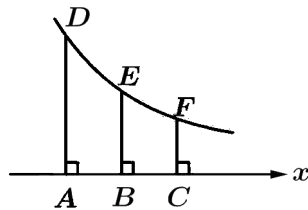
第壹部分：選擇（填）題（占 84 分）

一、多選題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 曲線 $y = a^x$ 的部分圖形與 x 軸的關係如右圖所示，其中 A, B, C 為 x 軸上的相異三點，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = d$ ，過 A, B, C 三點分別作 x 軸的垂線，並交曲線 $y = a^x$ 的圖形於 D, E, F 三點，且 $\overline{AD} = a_1, \overline{BE} = a_2, \overline{CF} = a_3$ ，下列選項何者正確？

- (1) a_1, a_2, a_3 三數成等差數列
- (2) a_1, a_2, a_3 三數成等比數列
- (3) $\frac{a_3}{a_1} = a^{2d}$
- (4) $\log_a a_1, \log_a a_2, \log_a a_3$ 三數成等差數列且公差為 d
- (5) $\log_a a_1 > \log_a a_2 > \log_a a_3$



2. 請由下列敘述中選出正確的選項。

- (1) 若指數函數 $y = a^x$ 與 $y = b^x$ 的圖形對稱於 y 軸，則 $ab = 1$
- (2) 若 A, B 為函數 $y = \log_{0.5} x$ 的圖形上兩相異點，則直線 AB 的斜率必定小於 0
- (3) $y = \log(x^2 - 3x - 4)$ 與 $y = \log(x^2 + 3x - 10)$ 的圖形有 1 個交點
- (4) $y = \log(x + 1) + 2$ 與 $y = 10^{x+1} + 2$ 的圖形對稱於直線 $y = x + 3$
- (5) 若 $x_1 > 0, x_2 > 0$ ，則 $\frac{\log x_1 + \log x_2}{2} \geq \sqrt{(\log x_1)(\log x_2)}$

二、填充題（占 72 分）

說明：第 3 題至第 14 題，每題 6 分。

3. 試求方程式 $4^{x+\frac{1}{2}} - 31 \cdot 2^{x-2} - 1 = 0$ 的解為【 】。

4. 試問 $\left(\log_2 \sqrt{2} - \frac{3}{2} \log_2 \sqrt[3]{6}\right) \cdot \log_9 32$ 化簡後所得之值為【 】。

5. 已知 $\log_{10} 5 = a$ ， $\log_7 10 = b$ ，試求 a, b 表示 $\log_{35} 56$ 為【 】。

6. 若方程式 $x - 1 - \log_2 |x| = 0$ 有 m 個實根且方程式 $2^x - 2x - 1 = 0$ 有 n 個實根，則序對 (m, n) 為【 】。

7. 試問不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq \log_{\frac{1}{9}}(2x+1)$ 的解為【 】。

8. 若 $2^{33} + 3^{20}$ 是 a 位數，且其最高位數字為 b ，則序對 (a, b) 為【 】。
($\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771$)

9. 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， b 為實數，且已知函數 $y = \log_a(x+3) - 1$ 的圖形恆過定點 A 。
若 A 亦在函數 $y = 3^x + b$ 的圖形上，試求 b 之值為【 】。

10. 設 $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ ，若函數 $f(x) = x^{6+\log_2 x}$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，
則序對 $(M, m) =$ 【 】。

11. 已知原函數 $y = f(x)$ 水平伸縮為原來的 a 倍後，其對應的新函數會變為 $y = f\left(\frac{x}{a}\right)$ ，其中 $a > 0$ 。
試問將函數 $y = 7^x$ 的圖形水平伸縮【 】倍後，可得到函數 $y = 11^x$ 的圖形。

12. 設 α, β 為實數，若 α 為 $\log_2 x + x - 3 = 0$ 的根且 β 為 $2^x + x - 3 = 0$ 的根，則 $\alpha + \beta$ 之值為【 】。

13. 試問 $(5^x - 25) \left(\left(\frac{1}{8} \right)^x - 32 \right) (\log_3 x - 2) < 0$ 的解為【 】。

14. 設 $S = \log_2 e$ ， $T = \log_2 \pi$ ， $U = \log_2 \frac{\pi^2 + e^2}{\pi + e}$ ， $V = \frac{\pi \log_2 \pi + e \log_2 e}{\pi + e}$ ， $W = \log_\pi e$ ，其中 π 為圓周率， e 為尤拉數。試用符號「 $>$ 」將 S, T, U, V, W 由大到小排序為【 】。

第貳部分：混合題（占 16 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15－18 題組

已知 x, y, z 均為正實數，若 $2^x = 3^y = 6^z = k$ ，求：

15. 試由大到小排序 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt[3]{3}$ 、 $\sqrt[6]{6}$ 之大小關係，並證明之。（非選擇題，3 分）

16. 關於 k 的範圍，下列選項何者正確？（單選題，2 分）

- (1) $k = 0$
- (2) $0 < k < 1$
- (3) $k > 1$
- (4) $k = 1$
- (5) $k < 0$

17. 試以 x, y, z, k 表示：

$\sqrt{2} = \text{【 】}$ 、 $\sqrt[3]{3} = \text{【 】}$ 、 $\sqrt[6]{6} = \text{【 】}$ 。

（填充題，每格 1 分，共 3 分）

18. 試由大到小排序 $2x$ 、 $3y$ 、 $6z$ 之大小關係，並證明之。（非選擇題，4 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 234 2. 124

3. 2

4. $-\frac{5}{4}$

5. $\frac{3-3a}{ab+1}$

6. $(3, 2)$

7. $1 < x \leq 4$

8. $(11, 1)$

9. $-\frac{10}{9}$

10. $\left(65536, \frac{1}{32}\right)$

11. $\log_{11} 7$

12. 3

13. $0 < x < 2, x > 9$

14. $T > U > V > S > W$

第貳部分：混合題

15. $\sqrt[3]{3} > \sqrt{2} > \sqrt[6]{6}$

16. 3

17. $\sqrt{2} = k^{\frac{1}{2x}}$ 、 $\sqrt[3]{3} = k^{\frac{1}{3y}}$ 、 $\sqrt[6]{6} = k^{\frac{1}{6z}}$

18. $6z > 2x > 3y$