

應試說明：

1. 請在作答卷上書寫班級、座號及姓名，未正確書寫則扣總成績 5 分。
2. 本次考試滿分為 110 分，若得分超過 100 分則以 100 分計，若有需要答案卷的背面可當作計算紙使用。
3. 加油！祝各位同學考試順利！(๑•̀֊•́๑)

一、單選題 (共 30 分)

說明：第 1 題至第 5 題，每題 6 分。每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或作答多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 小美為了慶祝生日買了一個圓形蛋糕，將其等分切成 10 個全等的小扇形蛋糕分送給朋友，則每一塊小扇形蛋糕的圓心角 θ 為多少度？

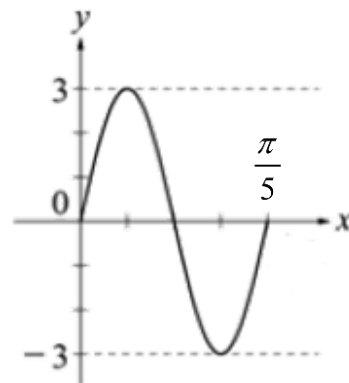
- (1) 18 (2) 36 (3) $\frac{\pi}{5}$ (4) $\frac{\pi}{18}$ (5) $\frac{\pi}{36}$

2. 坐標平面上，點 $P(\cos 3, \sin 3)$ 位於第幾象限？

- (1) 第一象限 (2) 第二象限 (3) 第三象限 (4) 第四象限 (5) P 點在坐標軸上

3. 已知右圖為函數 $y = a \sin bx$ 一個週期的圖形，其中 a, b 皆為正數，則 $a + b$ 之值為下列何者？

- (1) 8 (2) 9 (3) 11 (4) 12 (5) 13



4. 若將 $y = \sin x$ 的圖形先以 y 軸為中心沿水平方向伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍，再向右平移 5 單位可得 $y = f(x)$ 的圖形，則下列選項何者正確？

- (1) $f(x) = \sin(2x - 10)$ (2) $f(x) = \sin(2x - 5)$ (3) $f(x) = \sin(2x + 5)$ (4) $f(x) = 2 \sin(x - 5)$
 (5) $f(x) = \sin\left(\frac{x - 5}{2}\right)$

5. 若 $\sin 4x = \frac{1}{2024}$ 的正實數解由小到大依序為 $x_1, x_2, x_3, \dots$ ，則 $x_{2024} - x_{2023}$ 的值最接近下列哪一個選項？

- (1) 2π (2) π (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{4}$ (5) $\frac{\pi}{8}$

二、多選題 (共 32 分)

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項得 2 分；答錯 4 個選項以上或所有選項均未作答者，該題得 0 分。

6. 已知將 $y = \sin x$ 的圖形向左平移 $\frac{3\pi}{7}$ 單位後即為函數 $y = f(x)$ 的圖形，試選出所有正確的選項。

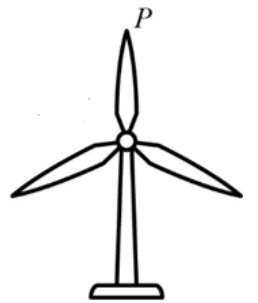
(1) $f(x) = \sin(x - \frac{3\pi}{7})$ (2) $f(x) = \sin(x + \frac{3\pi}{7})$ (3) $f(x) = \sin(x - \frac{4\pi}{7})$ (4) $f(x) = \sin(x + \frac{11\pi}{7})$ (5) $f(x) = \sin(x - \frac{11\pi}{7})$

7. 設函數 $y = f(x) = 2\sin(3x - \frac{\pi}{2}) + 1$ ，則下列選項哪些敘述正確？

(1) $f(x)$ 的週期為 6π (2) $-2 \leq f(x) \leq 2$ (3) 鉛直線 $x = \pi$ 是函數 $y = f(x)$ 圖形的一條對稱軸
(4) $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = 2\sin 3x$ 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，再向上平移 1 單位得到 (5) $f(1) > \sqrt{3} + 1$

8. 如圖，已知某風力發電機的轉軸中心距離地面 67 公尺，三個葉片的長度皆為 40 公尺， P 點為某葉片頂端的一點。若當風力發電機開始運轉時 P 點恰在離地最高的位置上，接著葉片開始逆時針旋轉。若 x 秒後 P 點距離地面的高度 y (公尺) 可表示為 $y = a\sin(\frac{2\pi}{5}x + c) + d$ ，其中 a, d 皆為正數且 $-\pi < c < \pi$ ，則下列各選項敘述哪些正確？

(1) $a = 40$ (2) $d = 40$ (3) 此風力發電機旋轉一圈需時 10 秒 (4) $c = -\frac{\pi}{2}$
(5) P 點第一次距離地面 27 公尺是在開始運轉後 2.5 秒時



9. 坐標平面上，有一個以原點 O 為圓心且半徑為 10 公尺的圓形水池，阿翰從 $A(10, 0)$ 逆時針繞 O 點作等速率圓周運動，小涵從 $B(-10, 0)$ 順時針繞 O 點作等速率圓周運動。若阿翰與小涵的速率比為 3:2，則下列敘述哪些正確？

- (1) 兩人第一次相遇的地點在第二象限
(2) 兩人第二次相遇的地點坐標為 $(10\cos 36^\circ, 10\sin 36^\circ)$
(3) 兩人從第二次相遇到第三次相遇的過程中，阿翰總共繞圓形水池走了 12π 公尺
(4) 兩人在圓形水池的圓周上，共有 4 個不同的相遇地點
(5) 兩人第 7 次相遇的地點和第 19 次相遇的地點對稱於 x 軸

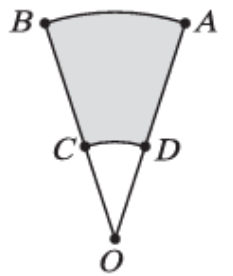
三、填充題 (共 30 分)

說明：第 10 題至第 14 題，每題 6 分，每格須全部答對才給分，答錯不倒扣。

10. 試求 $\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{5\pi}{6} \tan \frac{7\pi}{6} + \cos \pi =$ _____。

11. 本次高二數學期中考的考試結束時間為 9 點 40 分，試問當 9 點 40 分考試結束時，時鐘上的時針與分針所夾的銳夾角為 _____ 度。

12. 如右圖，設 O 為扇形 OAB 與扇形 ODC 的圓心， $\overline{OB} = R$ ， $\overline{OC} = r$ ，若 $\angle AOB = \frac{3\pi}{7}$ ， $\overline{BC} = 6$ ，且著色區域面積為 9π ，則數對 $(R, r) =$ _____。



13. 已知小熱早餐部有 4 種主食和 3 種醬料可供同學們自由選配，且每天都會推出一組限定搭配做特價。若主食是按照漢堡、吐司、蛋餅、卡啦雞的順序，醬料則是按照花生醬、草莓醬、巧克力醬的順序。因此第一天的特價組合為「漢堡 + 花生醬」，第二天的特價組合為「吐司 + 草莓醬」，依此類推。

已知若特價組合是「卡啦雞 + 巧克力醬」時小綠就一定會買，且今天的特價組合是「漢堡 + 花生醬」，則最快 _____ 天後小綠會買到第三次「卡啦雞 + 巧克力醬」的特價組合。

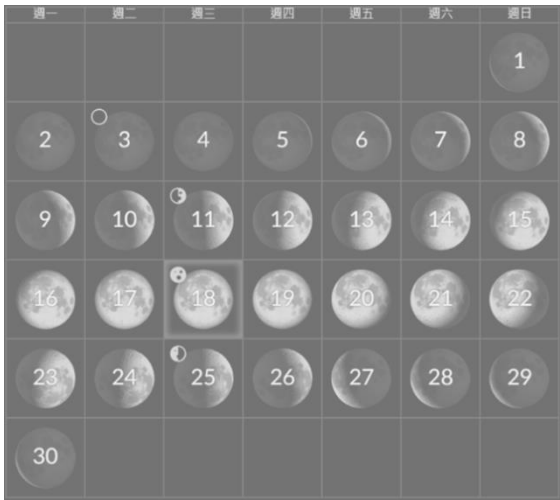
14. 小綠想做一個三角形的餅乾在班日時送給學妹，她希望這個三角形的其中兩邊長分別為 3 公分及 4 公分，且這兩個邊所夾的角 θ 滿足 $60^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ 。若這個三角形餅乾面積的最大值為 M 平方公分，最小值為 m 平方公分，則 $M + m =$ _____。

四、混合題 (共 18 分)

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 5 分，非選擇題配分標於題末，限在標示題號之作答區內作答。非選擇題請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

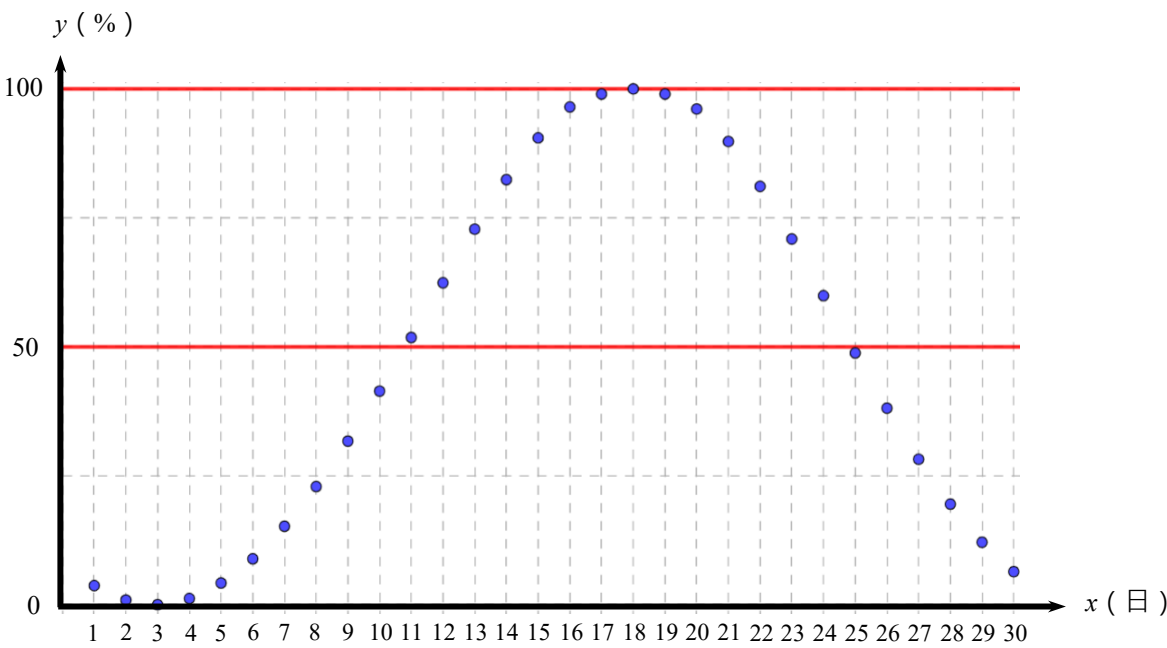
15-17 題為題組

「人有悲歡離合，月有陰晴圓缺」，小綠上國文課時聽老師介紹蘇軾的《水調歌頭》，想起數學老師曾說月球的月相是呈週期性的規律變化，且每天可看見的月亮面積比例與時間的關係可用正弦函數來表示。小綠上網查詢了 2024 年 9 月的月亮面積比例後，將日期 x (日) 與月亮面積比例 y (%) 紀錄如右下表，並將表格的數據點，以日期為 x 軸、面積比例為 y 軸標示在坐標平面上，如下圖所示。試回答下列各題。



日期 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
比例 $y\%$	3.7	0.9	0	1.2	4.2	8.9	15.2	22.9	31.7	41.4
日期 x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
比例 $y\%$	51.8	62.4	72.8	82.4	90.5	96.5	99.6	100	99.5	96.1
日期 x	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
比例 $y\%$	89.8	81.1	70.9	59.9	48.8	38.1	28.2	19.5	12.1	6.4

(數據資料來源：Star Walk 月相計算器)



15. 由上表與上圖可見：9 月 3 日時月亮面積比例恰為 0%，9 月 18 日時月亮面積比例恰為 100%。請根據此資料推估，月相變化的週期約為幾天？ (單選題，5 分) (1) 10 天 (2) 15 天 (3) 20 天 (4) 25 天 (5) 30 天
16. 小綠想要以函數 $y = a \sin(bx + c) + d$ 來擬合月亮面積比例 y 與日期 x 的關係，其中 a, b, d 皆為正數， $-\pi < c < \pi$ ，且此函數滿足以下兩個條件：①資料點 (3,0) 和 (18,100) 落在函數圖形上 ②資料點 (3,0) 和 (18,100) 依序為圖形相鄰的最低點與最高點。試求序組 (a, b, c, d) 。(填充題， a, b, c, d 每個答對得 2 分，共 8 分)
17. 承上題，試利用該函數推估每個月的幾號到幾號之間，月亮面積的比例會不小於 75%。(非選擇題，5 分)

試題結束

二年_____班_____號，姓名：_____

作答說明：
1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
2. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

一、單選題：

1.	2.	3.	4.	5.

二、多選題：

6.	7.	8.	9.

三、填充題：

10.	11.	12.	13.	14.

四、混合題：

15.	16.

題號	作答區
17.	

一、單選題：

1.	2.	3.	4.	5.
(3)	(2)	(5)	(1)	(4)

二、多選題：

6.	7.	8.	9.
(2)(5)	(3)(4)(5)	(1)(5)	(1)(3)(5)

三、填充題：

10.	11.	12.	13.	14.
-1	$\frac{5\pi}{18}$	$\left(\frac{13}{2}, \frac{1}{2}\right)$	35	9

四、混合題：

15.	16.
(5)	$\left(50, \frac{\pi}{15}, -\frac{7\pi}{10}, 50\right)$

題號	作答區
17.	13 號~23 號之間