

## 一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設一扇形的中心角為  $\frac{\pi}{3}$ ，若此扇形的面積為  $A$ ，內切圓(跟扇形的圓弧與兩半徑均相切)的面積為  $B$ ，求  $\frac{A}{B}$  之值為下列哪一個選項？ (1)  $\frac{5}{4}$  (2)  $\frac{4}{5}$  (3)  $\frac{3}{2}$  (4)  $\frac{2}{3}$  (5)  $\frac{4}{3}$
2. 請問  $\sin 1$ 、 $2\sin 1 \cos 1$ 、 $3\sin 1 - 4\sin^3 1$ 、 $\cos 1$ 、 $\tan 1$  這五個數值的中位數是哪一個？  
(1)  $\sin 1$  (2)  $2\sin 1 \cos 1$  (3)  $3\sin 1 - 4\sin^3 1$  (4)  $\cos 1$  (5)  $\tan 1$

## 二、多選題（占 40 分）

說明：第 3 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；只答錯 1 個選項者，得 6 分；只答錯 2 個選項者，得 4 分；只答錯 3 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

3. 設  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ，且  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ， $\sin \beta = \frac{5}{13}$ ，試選出正確的選項。
- (1)  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  (2)  $\tan \beta = \frac{-5}{12}$  (3)  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{-33}{65}$  (4)  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{56}{65}$   
(5)  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{33}{56}$
4. 設直線  $L: 3x - 4y - 4 = 0$ ，已知與直線  $L$  的銳夾角為  $45^\circ$  的兩相異直線  $L_1$ 、 $L_2$  的交點為原點  $O(0,0)$ ，其中  $L_1$  的斜率  $m_1 > 0$ 、 $L_2$  的斜率  $m_2 < 0$ ， $L$  與  $L_1$  的交點為  $A$ 、 $L$  與  $L_2$  的交點為  $B$ ，請選出正確的選項。
- (1)  $L_1: y = 6x$  (2)  $L_2: x + 7y = 0$  (3)  $L_1$  與  $L_2$  的夾角為  $90^\circ$  (4)  $A$  在第四象限  
(5)  $\overline{OA} = \overline{OB}$

5. 關於函數  $f(x) = 2\sin^2 x$  的圖形，請選出正確的選項。

- (1)  $y = f(x)$  的圖形過點  $(\frac{\pi}{8}, \sqrt{2})$       (2)  $y = f(x)$  的圖形對稱  $y$  軸      (3)  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸有無限多個交點      (4)  $y = f(x)$  的圖形週期為  $2\pi$       (5)  $y = f(x)$  的圖形在  $\frac{5\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$  為遞增 (即當  $\frac{5\pi}{6} \leq x_1 \leq x_2 \leq \frac{5\pi}{3}$ ，則  $f(x_1) \leq f(x_2)$ )

6. 已知函數  $f(x) = 2\sin(3x+6) + 4$ ，試問函數  $y = \sin x$  的圖形，經由哪些平移量與伸縮量即可得函數  $y = f(x)$  的圖形？

- (1) 將  $y = \sin x$  的圖形先向左平移 6 單位，向上平移 2 單位，再水平伸縮為  $\frac{1}{3}$  倍，鉛直伸縮為 2 倍  
(2) 將  $y = \sin x$  的圖形先水平伸縮為  $\frac{1}{3}$  倍，鉛直伸縮為 2 倍，再向左平移 2 單位，向上平移 4 單位  
(3) 將  $y = \sin x$  的圖形先水平伸縮為  $\frac{1}{3}$  倍，鉛直伸縮為 2 倍，再向左平移 6 單位，向上平移 2 單位  
(4) 將  $y = \sin x$  的圖形先水平伸縮為 3 倍，鉛直伸縮為  $\frac{1}{2}$  倍，再向左平移 6 單位，向上平移 2 單位  
(5) 將  $y = \sin x$  的圖形先向左平移 6 單位，鉛直伸縮為 2 倍，再向上平移 4 單位，水平伸縮為  $\frac{1}{3}$  倍

7. 已知  $\theta$  為任意實數，關於函數  $f(\theta) = \cos \theta \cos 2\theta \cos 4\theta$ ，請選出正確的選項。

- (1) 當  $\sin \theta \neq 0$  時， $f(\theta)$  可以表示成  $\frac{\sin 8\theta}{8\sin \theta}$       (2)  $f(\frac{\pi}{9}) = \frac{1}{8}$       (3)  $f(\frac{\pi}{7}) = \frac{1}{8}$   
(4)  $f(\frac{\pi}{7}) + f(\frac{6\pi}{7}) = 0$       (5)  $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{7} = f(\frac{8\pi}{7})$

三、選填題（占 48 分）

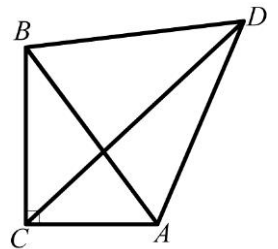
說明：第 A 題至第 H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (8-27)。每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知  $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{3}{2}$  且  $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，求  $\cos(\alpha - \beta)$  的值為  $\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}}$ 。（化成最簡分數）

B. 已知對所有實數  $x$  的方程式  $4\sin^2 x + 4\cos x + k = 0$  恆有實數解。若實數  $k$  的範圍為  $a \leq k \leq b$ ，則  $a + b = \textcircled{10}\textcircled{11}$ 。

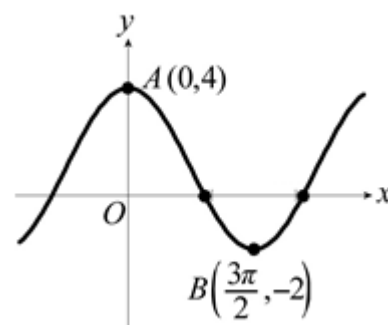
C. 設  $0 \leq x < \pi$ ，若  $f(x) = \sin^2 x + 4\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x$  的最大值為  $M$ 、最小值為  $m$ ，則  $M + m = \textcircled{12}$ 。

D. 如右圖，直角三角形  $ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ，從  $\overline{AB}$  向外作一正三角形  $ABD$ ，求  $\overline{CD}^2 = \textcircled{13}\textcircled{14} + \textcircled{15}\textcircled{16} \times \sqrt{3}$ 。  
(化成最簡根式)

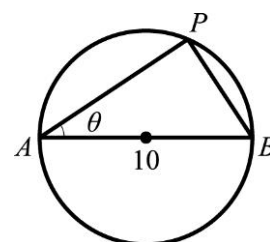


- E. 右圖是三角函數  $f(x) = c + b \cos(ax)$  的部分圖形 ( $a, b, c$  為實數)，其中  $a > 0$ ，求  $a + b + c =$                      。



- F. 有一圓，其直徑為  $\overline{AB}$ ，且  $\overline{AB} = 10$ ， $P$  是圓周上異於直徑兩端點的動點，如右圖，令  $\angle PAB = \theta$ 。試求  $2\overline{PA} + \frac{3}{2}\overline{PB}$  的最大值為                     。



- G. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 8$  且  $\angle A = 2\angle C$ ，則  $\overline{AC} =$                      。

- H. 已知  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  且  $\frac{\tan(\theta + \frac{\pi}{6})}{\tan \theta} = \frac{-3}{8}$ ，求  $\sin(2\theta + \frac{7\pi}{6})$  之值為                     。

試題結束

市立臺中一中 113 學年度第一學期第一次期中考 高二數 A 簡答

一、單選題

1. (3)      2. (1)

二、多選題

3. (2)(3)(5)      4. (2)(3)(5)      5. (2)(3)      6. (1)(2)(5)      7. (1)(2)(4)(5)

三、選填題

A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-1$       C.  $5$       D.  $25+12\sqrt{3}$       E.  $\frac{14}{3}$       F.  $25$       G.  $\frac{39}{5}$       H.  $\frac{5}{22}$