

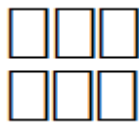
113 學年度第 2 學期第 2 次定期考高一數學試題

範圍：排列組合與機率

一、 單選題：25%

第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ，若 A 、 B 為 S 中的兩事件 ($A \subset S$ 且 $B \subset S$)，且 $A \cup B = S$ ， $n(A) = 4$ ， $n(B) = 5$ ，則符合上述情況的兩事件 A 、 B 有幾組？ (1) 70 (2) 105 (3) 140 (4) 175 (5) 210
2. 有甲、乙、丙、丁、戊 5 名同學參加合唱表演，站成一排。若甲不站在兩端，丙和丁相鄰，則不同的排列方式共有幾種？
(1) 12 (2) 24 (3) 30 (4) 36 (5) 48
3. 有 8 張卡片，分別標有數字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8。若從中抽取出 6 張卡片，排成 2 列，每列 3 張。若要求 3 行之中，僅僅只有中間行的 2 張卡片之數字和為 5，而其他兩行數字和不得為 5，則有幾種不同的排法？
(1) 720 (2) 960 (3) 1056 (4) 1248 (5) 1344



4. 布袋中有大小相同的四顆黑球和四顆白球，假設每球被取到的機會相等，以下有三個機率，選出正確的大小關係：
 p_1 為一次取一球，取後不放回，連續取兩次，取出為黑、白各一球的機率；
 p_2 為同時取兩球，取出為黑、白各一球的機率；
 p_3 為同時取四球，取出為黑、白各兩球的機率。

- (1) $p_2 > p_3 > p_1$ (2) $p_1 > p_2 > p_3$ (3) $p_1 = p_2 > p_3$ (4) $p_1 = p_2 = p_3$
 (5) $p_2 = p_3 > p_1$ 。

5. 一個擲骰子遊戲方式如下：同時投擲三顆相同正常且公正的骰子，觀察其點數。規定擲出三顆都是「6 點」可得到 50 元，恰有兩顆是「6 點」可得到 15 元，恰一顆是「6 點」可得到 3 元。

為使遊戲公平，若沒有擲出「6 點」應賠_____元。

- (1) 4 (2) 6 (3) 15 (4) 34 (5) 65

二、多選題：40%

第 6 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 有 5 本不同的故事書，全部分給甲、乙、丙三人。

下列哪些選項是正確的？

- (1)任意分(有人可兼得或不得)共有125種方法
 (2)甲恰得一本有 120 種方法
 (3)甲至少得一本有 211 種方法
 (4)甲、乙兩人都至少得一本有 180 種方法
 (5)甲、乙、丙三人都至少得一本有 150 種方法

7. 將 9 本書依各選項中的情形分配之方法數。下列哪些選項是正確的？

- (1)若 9 本書均相異，分給甲、乙、丙三人，每人各得 3 本有 1680 種方法
 (2)若 9 本書均相異，分給甲、乙、丙三人，其中一人得 5 本，另兩人各得 2 本有 756 種方法
 (3)若 9 本書均相異，分裝入三個相同的袋子，其中一袋裝 5 本，另兩袋各裝 2 本有 378 種方法
 (4)若 9 本書均相同，分給甲、乙、丙三人，其中一人得 5 本，另兩人各得 2 本有 3 種方法
 (5)若 9 本書均相同，分給甲、乙、丙三人，每人至少得 1 本有 28 種方法

8. 甲、乙、丙、丁、戊、己 六人排成一列，下列哪些選項是正確的？
- (1) 甲不排在首位，且乙必排在末位的排列方法數為 96 種
 - (2) 丙、丁不相鄰的排列方法數為 480 種
 - (3) 乙必須排在甲的左方(不一定要相鄰)，且丙必須排在甲的右方(不一定要相鄰)的排列方法數為 150 種
 - (4) 丙、丁、戊三人完全分開的排列方法數為 144 種
 - (5) 甲不排首且乙不排尾的排列方法數為 480 種
9. 以下關於組合數的計算，下列哪些選項是正確的？
- (1) $C_{30}^{100} = C_{30}^{99} + C_{31}^{99}$
 - (2) $1 + 2C_1^{10} + 4C_2^{10} + 8C_3^{10} + \dots + 2^{10}C_{10}^{10} = 3^{10}$
 - (3) $C_5^9 + C_6^9 + C_7^9 + C_8^9 + C_9^9 = 2^8$
 - (4) $C_1^{10} + C_2^{10} + C_3^{10} + \dots + C_9^{10} + C_{10}^{10} = 2^{10}$
 - (5) $C_5^5 + C_5^6 + C_5^7 + C_5^8 + C_5^9 = C_4^{10}$
10. 箱子裡裝有 1 號球 1 個、2 號球 2 個、3 號球 3 個、4 號球 4 個、5 號球 5 個、6 號球 6 個，且箱中每個球的大小顏色均相同，設每一個球被取出的機會均等。若從箱中一次同時取出兩球，觀察兩球的號碼。下列哪些選項是正確的？
- (1) 取出兩球的號碼共有 21 種不同的情形
 - (2) 取出兩球的號碼均小於 4 的方法數有 5 種
 - (3) 取出兩球的號碼均小於 4 的機率為 $\frac{1}{4}$
 - (4) 取出兩球的號碼均相等的方法數有 6 種
 - (5) 取出兩球的號碼均相等的機率為 $\frac{1}{6}$

三、選填題：35%

1. 第 A 至 F 題 共 7 格，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（11-32）2. 每格完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 集合 $A = \{a, b, c\}$ ， $B = \{c+1, 5, 6\}$ ，若滿足 $A \subseteq B$ ，則序對 (a, b, c) 共有____⑪⑫____組解。

B. 河邊有 A、B、C 三艘不同的渡船，每艘最多可乘坐 5 人，現在有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人要搭船渡河，且甲必坐 A 船，符合乘坐人數限制的安全搭乘方法有____^{⑬⑭⑮}____種。

C. 多項式 $f(x) = (1-x^2) + (1-x^2)^2 + (1-x^2)^3 + \cdots + (1-x^2)^{10}$ 的展開式中 x^4 項係數為____^{⑯⑰⑱}____。

D. 在 $\left(1 - \frac{y}{x}\right)(x+y)^8$ 的展開式中 x^2y^6 的係數為____^{⑲⑳㉑}____。

E. 在箱子中放入大小相同的 3 顆紅球、2 顆白球和 5 顆黑球。假設每球被取到的機會相等。小建從袋中一次取出一球，取後不放回，直到取完為止，則首末兩球同色的機率為____^{㉒㉓}/_{㉔㉕}____（化為最簡分數）。

F. 現有 7 張卡片，分別寫上數字 1，2，2，3，4，5，6。從這 7 張卡片中隨機抽取 3 張，觀察卡片上的數字。

(1) 所抽取 3 張卡片上的最小數字為 2 的機率為____^{㉖㉗}/_{㉘㉙}____。

（化為最簡分數）

(2) 所抽取 3 張卡片上的最小數字的期望值為____^{㉚㉛}/_㉜____。

（化為最簡分數）