

台北市師大附中 113 上高一期末考

一、單選題（占 8 分）

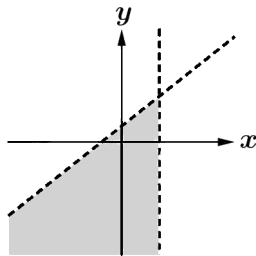
說明：第 1 題至第 2 題，每題 4 分。

1. 已知 $A(1, 2)$ 、 $B(k, 12)$ 、 $C(-3, 2k - 24)$ 三點共線，求所有可能的 k 值總和為何？

- (1) 6
- (2) 8
- (3) 10
- (4) 12
- (5) 14

2. 若二元一次聯立不等式 $\begin{cases} ax + y < b \\ x + cy < d \end{cases}$ 的圖形如圖的塗色區域（不含邊界），則 a, b, c, d 四數之中共有幾個為負數？

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4



二、多選題（占 32 分）

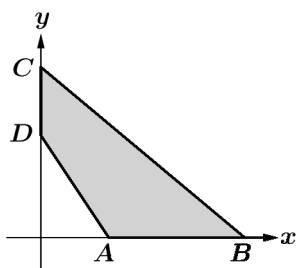
說明：第 3 題至第 6 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

3. 已知三直線 $L_1: x - y = -1$ 、 $L_2: 2x + ky = 5$ 、 $L_3: 2x - y = 5$ ，若 L_1 、 L_2 、 L_3 可圍成直角三角形，試問以下哪些選項的 k 值是正確的？

- (1) 2
- (2) -2
- (3) 4
- (4) -4
- (5) -1

4. 已知四點 $A(2, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 、 $C(0, 5)$ 、 $D(0, 3)$ 組成右圖的封閉塗色區域，且 $P(x, y)$ 位於此封閉區域中 (包含邊界)。試問以下哪些選項是正確的？

- (1) $\sqrt{x^2 + y^2}$ 的最大值為 6
- (2) $\sqrt{x^2 + y^2}$ 的最小值為 2
- (3) $\frac{y+1}{x+1}$ 的最大值為 6
- (4) $\frac{y+1}{x+1}$ 的最小值為 $\frac{1}{6}$
- (5) $3x + y$ 的最小值為 6



5. 已知 m 為實數，且方程式 $x^2 + y^2 - 4mx + 2(m - 1)y + 6m^2 - 7 = 0$ 的圖形為一圓，則下列選項哪些是正確的？

- (1) m 的範圍為 $-2 < m < 4$
- (2) 若 $m = 0$ 時，此圓半徑為 $\sqrt{10}$
- (3) 此圓不可能與 y 軸相切
- (4) 此圓的最大面積為 9π
- (5) 直線 $x + 2y = 2$ 將此圓面積平分

6. 已知點 $P(4, -1)$ ，且 A 為圓 $C: x^2 + y^2 - 14x + 10y + 10 = 0$ 上的動點，試問下列選項哪些是正確的？

(1) 圓 C 上離 P 點最遠的點坐標為 $\left(\frac{56}{5}, -\frac{53}{5}\right)$

(2) 圓 C 上有 20 個點與 P 點的距離為整數

(3) 直線 L 通過 P 點且與圓 C 所截的弦長最短，其直線 L 的方程式 $3x - 4y = 16$

(4) 過 P 點的直線與圓 C 所截的弦長是整數值共有 9 條

(5) 過原點 O 作圓 C 的兩切線，設切點分別為 Q, R ，則 $\triangle OQR$ 的外接圓面積為 $\frac{37}{4}\pi$

二、填充題（占 60 分）

說明：第 7 題至第 16 題，每題 6 分。

7. 已知三角形的三頂點 $A(2, -4)$ 、 $B(2, 8)$ 、 $C(11, 2)$ ，則 $\triangle ABC$ 的垂心坐標為

$(\underline{7-1}, \underline{7-2})$ 。(三角形三高的交點稱為垂心)

8. 已知圓 $C: x^2 + y^2 + 6x + 10y + 15 = 0$ 對直線 $x + 6y = 4$ 作對稱圓 C' ，則圓 C' 的

圓心坐標為 $(\underline{8-1}, \underline{8-2}), \underline{8-3})$ 。

9. 若直線 L 過點 $(-3, 4)$ ，且在第二象限與兩坐標圍成的三角形面積為 27。已知

直線 L 的 y 截距大於 10，求直線 L 的 x 截距為 $\frac{\underline{9-1} \underline{9-2}}{\underline{9-3}}$ 。

10. 設聯立方程式 $\begin{cases} 4x + 3y + 12 = 0 \\ y + 3 = a(x + 4) \end{cases}$ 的解為 (m, n) ，且 $m < 0$ ， $n < 0$ ，則滿足條件的

整數 a 共有 $\underline{10-1}$ 個。

11. 已知甲、乙兩村莊在地圖上的坐標分別為 $(-5, 2)$ 、 $(-15, -1)$ ，另有一條河流在地圖上位於直線 $x - y = 0$ 上。若甲村的人先至乙村購買白米後，再到河流取水然後返回甲村。若總路徑最短時，求取

水點的 x 坐標為 $\frac{\underline{11-1} \underline{11-2} \underline{11-3}}{\underline{11-4}}$ 。

12. 將直線 $L: 2x - y + 1 = 0$ 的圖形往下平移 9 單位，再向右平移 3 單位，可得另一條直線 L' 。在兩直線 L 、 L' 之間做一個圓與兩直線相切，則此切圓面積為 $\frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}} \pi$ 。

13. 坐標平面上，滿足聯立方程式 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 113 \\ 4x - y \geq 32 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ 的圖形中，格子點 (x, y 坐標皆為整數) 的個數為 $\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}$ 個。

14. 設圓 $C: x^2 + y^2 + 6x + 4y + a = 0$ 與直線 $x + 2y = b$ 相切於點 $(c, 4)$ ，求 $a + b + c = \textcircled{14-1} \textcircled{14-2} \textcircled{14-3}$ 。

15. 直線 $4x - 3y = k$ 與半圓 $y = \sqrt{9 - x^2}$ 交於一點，若 k 為整數，求所有可能的 k 值總和為 $\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}$ 。

16. 從點 $A(-4, 5)$ 發射出光線沿直線 $y = ax + b$ 前進，被 x 軸反射後光線會與圓 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$ 相切，則數對 $(a, b) = (\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}, \textcircled{16-3} \textcircled{16-4})$ 。

参考答案

1. 5 2. 2

3. 13 4. 13 5. 45 6. 23

7. (6, 2)

8. (-1, 7)

9. $-\frac{9}{2}$

10. 3

11. $-\frac{11}{3}$

12. $\frac{45}{4}$

13. 10

14. -24

15. -3

16. (-2, -3)