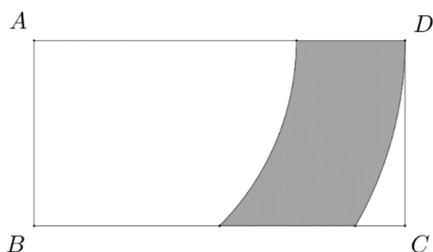
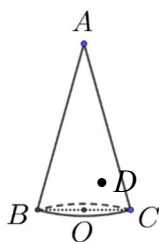


113 學年度第一學期第一次定期考高二數學 A 試題

一、選填題，必須全部答對才給 5 分，答錯不倒扣，共 100 分

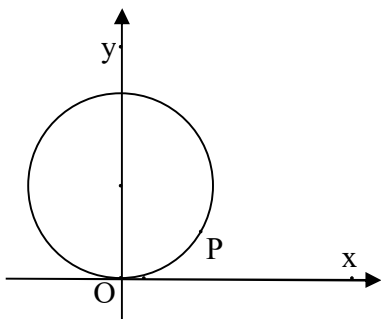


圖(1)

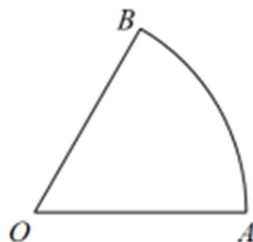


圖(2)

- 圖(1)中， $ABCD$ 為矩形， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AD} = 12$ ，以點 A 為圓心，分別以 12、 $6\sqrt{2}$ 為半徑各作一個圓弧，則陰影部分（兩個圓弧與 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 之間）的面積為 $\textcircled{1}\pi + \textcircled{2}\textcircled{3}\sqrt{\textcircled{4}} - \textcircled{5}\textcircled{6}$ 。
- 圖(2)中，直圓錐以 A 為頂點， $\overline{BC}$ 為底圓的直徑， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 12$ ，若 D 為 $\overline{AC}$ 上一點， $\overline{AD} = 5$ ，一隻螞蟻從點 B 沿此直圓錐表面爬到點 D ，則爬行的最短距離為 $\textcircled{7}\textcircled{8}$ 。



圖(3)



圖(4)

- 圖(3)中，有一半徑為 6 公尺的圓形輪子，在輪子上有一點 $P(3\sqrt{3}, 3)$ ，現將此輪子從原點 O 起沿 x 軸（地面）正向順時針滾動，若輪子滾動了 20π 公尺，則此時點 P 離 x 軸（地面）的高度為 $\textcircled{9}\textcircled{10}$ 公尺。

4. 圖(4)中，扇形 AOB 的周長為定值 9527，其中 $\angle AOB$ 為變動角，
則當 $\angle AOB = \underline{\hspace{1cm}} \textcircled{11} \hspace{1cm}$ 徑（弧度）時，扇形 AOB 的面積達最大值。
5. 在 xy 坐標平面上，若點 P 的坐標為 $(\cos \frac{9\pi}{5}, \sin \frac{7\pi}{2})$ ，
則點 P 的位置在第 $\underline{\hspace{1cm}} \textcircled{12} \hspace{1cm}$ 象限。
6. 設 $x \in \mathbb{R}$ ，則方程式 $\frac{x}{6} = \sin(\pi x)$ 的實數解個數為 $\underline{\hspace{1cm}} \textcircled{13} \textcircled{14} \hspace{1cm}$ 。
7. 設 $\frac{7\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$ ，若 $f(x) = -\cos^2 x + 4\sin x + 3$ ，令 $f(x)$ 的最小值為 m ，最
大值為 M ，則數對 $(m, M) = \left(\textcircled{15} \textcircled{16}, \frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}} \right)$ 。
8. 在 xy 坐標平面上，若 $y = A \sin(Bx + \frac{C\pi}{D}) + E$ 的圖形在同一週期內之最高
點坐標為 $(\frac{\pi}{8}, 4)$ ，最低點坐標為 $(\frac{5\pi}{8}, -2)$ ，
其中 $B, C, D \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ， $\pi \leq \frac{C\pi}{D} \leq 2\pi$ ，
則數組 $(A, B, C, D, E) = (\textcircled{19} \textcircled{20}, \textcircled{21}, \textcircled{22}, \textcircled{23}, \textcircled{24})$ 。

9. 在 xy 坐標平面上，若欲將 $y = \sin x$ 的圖形變換為 $y = -\cos(2x)$ 的圖形，則應使用下列哪個選項的方式？

(1) 先以 y 軸為基準線沿水平方向左右伸為 2 倍，再往右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位

(2) 先以 y 軸為基準線沿水平方向左右伸為 2 倍，再往左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位

(3) 先以 y 軸為基準線沿水平方向左右縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，再往右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位

(4) 先以 y 軸為基準線沿水平方向左右縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，再往左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位

(5) 先往右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，再以 y 軸為基準線沿水平方向左右伸為 2 倍

(6) 先往左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，再以 y 軸為基準線沿水平方向左右伸為 2 倍

(7) 先往右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，再以 y 軸為基準線沿水平方向左右縮為 $\frac{1}{2}$ 倍

(8) 先往左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，再以 y 軸為基準線沿水平方向左右縮為 $\frac{1}{2}$ 倍

10. 在 xy 坐標平面上，設 $\pi \leq x \leq 2\pi$ ，則 $y = \cos(2x)$ 與 $y = -\sin x$ 兩圖形所有交點的 x 坐標之總和為___②⑥___ π 。

11. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A, \angle B$ 均為銳角，且 $\sin A = \frac{11}{14}$ ， $\sin B = \frac{13}{14}$ ，

則 $\angle C =$ ___②⑦②⑧___度。

12. 在 xy 坐標平面上，設兩直線 L_1, L_2 的方程式為 $L_1: 9x - 5y = 113$ 與

$L_2: 2x - 7y = 2024$ ，則 L_1, L_2 的銳夾角為___②⑨③⑩___度。

13. 若 $\cos(2\theta) = -\frac{1}{4}$ ，則 $256(\sin^6 \theta - \cos^6 \theta) =$ ___③①③②___。

14. 若 $2 + \sqrt{3}$ 為實係數方程式 $x^2 - (\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta})x - 1 = 0$ 的其中一根，則

$$\sin(2\theta) = \frac{\sqrt{\textcircled{33}}}{\textcircled{34}}。$$

15. 設 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，若 $5\sin^2 \theta - 8\cos \theta - 8 = 0$ ，則 $\tan \frac{\theta}{2} = \underline{\textcircled{35}}$ 。

16. 問：下列哪個選項化簡後的數值最接近 $-\sqrt{2}$ ？

答： $\underline{\textcircled{36}}$ 。

(1) $\sqrt{3} \cos 216^\circ + \sin 216^\circ$

(2) $\sqrt{3} \cos 226^\circ + \sin 226^\circ$

(3) $\sqrt{3} \cos 236^\circ + \sin 236^\circ$

(4) $\sqrt{3} \cos 246^\circ + \sin 246^\circ$

(5) $\sqrt{3} \cos 256^\circ + \sin 256^\circ$

(6) $\sqrt{3} \cos 266^\circ + \sin 266^\circ$

(7) $\sqrt{3} \cos 276^\circ + \sin 276^\circ$

(8) $\sqrt{3} \cos 286^\circ + \sin 286^\circ$

(9) $\sqrt{3} \cos 296^\circ + \sin 296^\circ$

17. 求 $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = \underline{\textcircled{37}}$ 。

18. 設 $x \in \mathbb{R}$ ，令 $f(x) = \sin(2x) - 2\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 4$ ，

則 $f(x)$ 的最大值為 $\underline{\textcircled{38}}$ 。

19. 設 $x \in \mathbb{R}$ ，若 $y = \frac{1 + \cos x}{2 + \sin x}$ ，則 y 的最大值為 $\frac{\textcircled{39}}{\textcircled{40}}$ 。

20. 設 $0 \leq x \leq \pi$ ，令 $f(x) = 4\sin x + 3\cos x$ ，當 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 達最大值，則

$$\sin \alpha = \frac{\textcircled{41}}{\textcircled{42}}。$$