

台中市台中女中 113 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 79 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 每週同一時間點記錄某植物的成長高度，連續五週的數據為

$$a_1 = 2, a_2 = 5, a_3 = 11, a_4 = 23, a_5 = 47$$

請問此成長高度數列滿足下列選項中哪一個式子？($t! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times t$)

(1) $a_{t+1} = 2a_t + 1, t = 1, 2, 3, 4$

(2) $a_{t+1} = t \times t!, t = 1, 2, 3, 4, 5$

(3) $a_{t+1} = a_t + 3 \times 2^{t-1}, t = 1, 2, 3, 4$

(4) $a_{t+1} = -1 + 3 \times 2^{t-1}, t = 1, 2, 3, 4, 5$

(5) $a_{t+1} = ta_t + 1, t = 1, 2, 3, 4$

2. 下列圖表為 111 學年度學科能力測驗數學 A 及數學 B 各級分人數與百分比。

(註：定義頂標、前標、均標、後標、底標分別為第 88、75、50、25、12 百分位數的考生級分)

級分	數學 A						數學 B					
	人數	百分比	自低分往高分累計		自高分往低分累計		人數	百分比	自低分往高分累計		自高分往低分累計	
			人數	百分比	人數	百分比			人數	百分比	人數	百分比
15	789	0.99	79,834	100.00	789	0.99	3,008	3.32	90,556	100.00	3,008	3.32
14	782	0.98	79,045	99.01	1,571	1.97	4,719	5.21	87,548	96.68	7,727	8.53
13	1,518	1.90	78,263	98.03	3,089	3.87	5,490	6.06	82,829	91.47	13,217	14.60
12	1,893	2.37	76,745	96.13	4,982	6.24	7,322	8.09	77,339	85.40	20,539	22.68
11	3,083	3.86	74,852	93.76	8,065	10.10	7,355	8.12	70,017	77.32	27,894	30.80
10	3,733	4.68	71,769	89.90	11,798	14.78	5,874	6.49	62,662	69.20	33,768	37.29
9	5,678	7.11	68,036	85.22	17,476	21.89	6,493	7.17	56,788	62.71	40,261	44.46
8	7,481	9.37	62,358	78.11	24,957	31.26	5,344	5.90	50,295	55.54	45,605	50.36
7	7,580	9.49	54,877	68.74	32,537	40.76	6,377	7.04	44,951	49.64	51,982	57.40
6	10,709	13.41	47,297	59.24	43,246	54.17	7,032	7.77	38,574	42.60	59,014	65.17
5	10,074	12.62	36,588	45.83	53,320	66.79	7,160	7.91	31,542	34.83	66,174	73.08
4	12,019	15.05	26,514	33.21	65,339	81.84	9,204	10.16	24,382	26.92	75,378	83.24
3	8,063	10.10	14,495	18.16	73,402	91.94	7,886	8.71	15,178	16.76	83,264	91.95
2	5,355	6.71	6,432	8.06	78,757	98.65	5,824	6.43	7,292	8.05	89,088	98.38
1	1,051	1.32	1,077	1.35	79,808	99.97	1,439	1.59	1,468	1.62	90,527	99.97
0	26	0.03	26	0.03	79,834	100.00	29	0.03	29	0.03	90,556	100.00

資料來源：大學入學考試中心網站

圓仔參加 111 學年度學測考試，數學 A 及數學 B 分別為 12 級分、10 級分，則下列敘述何者正確？

- (1) 數學 A 的頂標為 11 級分
- (2) 數學 B 的均標為 8 級分
- (3) 超過 30% 的學生數學 B 成績比圓仔好
- (4) 依上表，福寶的數學 B 成績在第 65 百分位，則福寶的數學 B 與圓仔同級分
- (5) 前標為第一四分位數

3. 2020 年某病毒爆發，衛生署呼籲民眾勤洗手或以酒精消毒。有一香水製造商想推出一款新的噴霧，在一份市場商品調查報告中，廠商得到防疫噴霧每罐單價與市場需求量的調查表如下：

每罐單價(單位：元) X	80	90	100	110	120
市場需求量(單位：罐) Y	22000	21000	20000	18000	19000

請問下列敘述何者正確？

(兩變量 X 與 Y 的算術平均數分別為 μ_X 與 μ_Y ，標準差分別為 σ_X 與 σ_Y)

- (1) 二維數據 (X, Y) 的相關係數為 $-\frac{9}{10}$
- (2) 二維數據 $\left(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}, \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)$ 為完全負相關
- (3) 去掉 $(100, 20000)$ 之後，二維數據 (X, Y) 的相關係數不變
- (4) 若以上表所得之 y 對 x 迴歸(最適)直線推測，若每罐單價為 130 元，則推測市場需求量为 17300 罐
- (5) 若在上表增加一筆新的調查資料 $(70, 22700)$ ，則 y 對 x 迴歸(最適)直線不變

二、填充題（占 55 分）

說明：第 4 題至第 13 題，每格 5 分。

4. 下列 5 組資料（每組各有 10 筆）

A : 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21

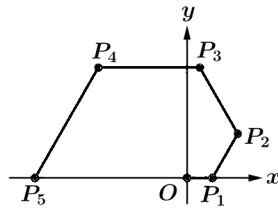
B : 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 13

C : -100, -98, -96, -94, -92, -90, -88, -86, -84, -82

D : 1, 1, 1, 1, 1, 10, 10, 10, 10, 10

已知 A 組資料的標準差為 σ_A ， B 組資料的標準差為 σ_B ， C 組資料的標準差為 σ_C ， D 組資料的標準差為 σ_D ，則 σ_A 、 σ_B 、 σ_C 、 σ_D 的大小關係為【 】。

5. 如圖，坐標平面上有一隻螞蟻，從原點 $(0,0)$ 出發，向右行走 1 單位，到達 $P_1(1,0)$ ，接著逆時針旋轉 60° ，行走 2 單位，到達 $P_2\left(2, \sqrt{3}\right)$ ，接著逆時針旋轉 60° ，行走 3 單位，到達 $P_3\left(\frac{1}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$ ，……，依此類推，則 P_{10} 坐標為【 】。



6. 試化簡 $4^3 + 6^3 + 8^3 + \cdots + (2k+2)^3 + \cdots + 16^3 =$ 【 】。

7. 已知一數列的前 n 項和為 $S = -2n^2 + 21n - 30$ ，
則 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}| =$ 【 】。

8. 油價連續三年的平均漲幅為 20%。已知第一年油價跌 40%，第二年油價漲 80%，則油價在第三年的漲跌幅為【 】。

9. 設 $D = (3 - a - b)^2 + (5 - 2a - b)^2 + (4 - 3a - b)^2 + (4 - 2a - b)^2$ ，
當二實數 $(a, b) =$ 【 】時， D 有最小值。

10. 某次數學考試，甲班 20 位同學之平均成績為 77 分，標準差為 8 分，乙班 30 位同學之平均成績為 72 分，標準差為 10 分，

(1) 甲、乙兩班合併計算，此次數學考試之平均成績 μ 為【 】。

(2) 甲、乙兩班合併計算，此次數學考試之標準差 σ 為【 】。(請用根式表示，根式內請化簡為最簡分數)

11. 圓寶 在第一次段考，數學 80 分，英文 60 分。全班 36 位同學的數學成績平均為 60 分，標準差為 9 分；全班英文成績平均為 50 分，標準差為 4 分。則圓寶 英文成績的標準化分數為 A ，圓寶 的數學成績與英文成績跟班上同學比起來，相對比較好的科目為 B ，則 $(A, B) =$ 【 】。(全對才給分)

12. 愛寶 本學期假期作業考成績、第一次期中考成績、第二次期中考成績、期末考成績 (期末考成績 x 為整數) 及平時成績的分數與其所占的比重如下表：

	假期作業考成績	第一次期中考成績	第二次期中考成績	期末考成績	平時成績
分數	80	33	56	x (x 為整數)	80
比重	6%	18%	18%	18%	40%

試以比重為權重，計算愛寶 期末考至少要考【 】分才能及格 (60 分以上)。

13. 某人參加銀行儲蓄存款，每年年初存入 10000 元，年利率 3%，每年一期並以複利計算，第 10 年年底可得本利和約為【 】元。(小數點以下四捨五入，已知 $1.03^9 \approx 1.305$ ， $1.03^{10} \approx 1.344$)

第貳部分：混合題 (占 21 分)

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14. 觀察下列 3×5 與 4×6 方格中的數字規律，如果在 8×10 方格上，仿同樣的規律填入數字，則所填入的 80 個數字的總和為何 (非選擇題，5 分)

2	4	8	8	8
2	4	4	4	4
2	2	2	2	2

2	4	8	16	16	16
2	4	8	8	8	8
2	4	4	4	4	4
2	2	2	2	2	2

15 — 18 題組

設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足
$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = 3a_n - 6n - 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

15. 試求出 $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$, $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(填充題, 3 分)

16. 猜測 a_n 的一般項。(填充題, 2 分)

17. 承 16., 試利用數學歸納法證明你的猜測。(非選擇題, 6 分)

18. 試求 $\frac{1}{a_1 \times a_3} + \frac{1}{a_3 \times a_5} + \frac{1}{a_5 \times a_7} + \cdots + \frac{1}{a_{11} \times a_{13}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(填充題, 5 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 134 2. 234 3. 1345

4. $\sigma_B < \sigma_A < \sigma_D < \sigma_C$

5. $\left(-\frac{13}{2}, \frac{11\sqrt{3}}{2}\right)$

6. 10360

7. 482

8. 60%

9. $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

10. (1) 74 ; (2) $\sqrt{\frac{458}{5}}$

11. $\left(\frac{5}{2}, \right)$

12. 40

13. 118107

第貳部分：混合題

14. 2518

15. $a_2 = 8$, $a_3 = 11$, $a_4 = 14$

16. $a_n = 3n + 2$

17. 略

18. $\frac{6}{205}$