

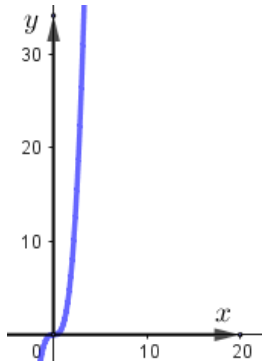
台北市立第一女子高級中學 113 學年度 第一學期

高三數學乙考科第三次期中考題目卷

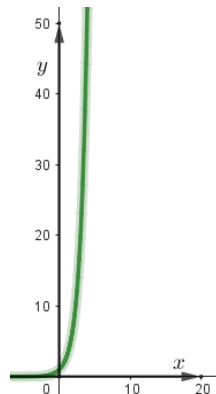
一、單一選擇題（每題 7 分，共 21 分）

1. 已知大型狗的實際年齡(x)對照到人的年齡(y)滿足下列關係式： $y=16\times\ln x+31$ ，其中 $\ln x=\log_e x$ ， $e\approx 2.71828$ ，則下列哪一個可能為 $y=16\times\ln x+31$ 的部分圖形。

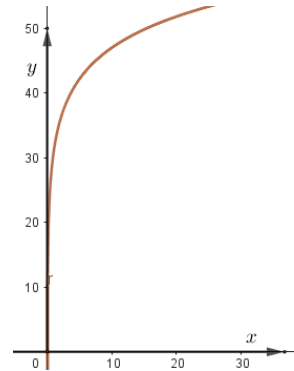
(1)



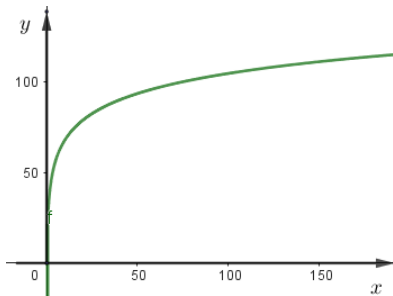
(2)



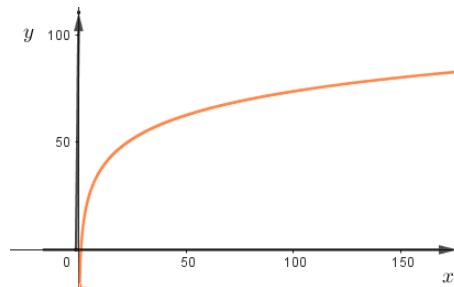
(3)



(4)



(5)



2. 將地球儀設定成一個坐標空間，球心位於坐標空間中的原點，赤道位於 xy 平面上， z 軸正方向為球心往北極的方向， 0 度經線位於 xz 平面上且交 x 軸於 $(r,0,0)$ 。已知地球儀上某地的坐標為 $A(-1,\sqrt{2},1)$ ，則下列何者最可能為此地的近似經緯度。

(1) 東經 45° 、北緯 45°

(2) 東經 45° 、北緯 30°

(3) 東經 125° 、北緯 30°

(4) 西經 55° 、北緯 45°

(5) 西經 55° 、北緯 30°

3. 已知 $0\leq x\leq 4\pi$ ，滿足方程式 $5\sin(x+\frac{1}{4})=2$ 的所有實根和為 s ，則下列何者為 s 的範圍。

(1) $0\leq s<\pi$

(2) $2\pi\leq s<3\pi$

(3) $3\pi\leq s<4\pi$

(4) $4\pi\leq s<5\pi$

(5) $5\pi\leq s<6\pi$

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 30 分，整題未作答不計分。）

4. 飯店走廊牆壁上的壁燈有著圓錐型的外罩，直直向下照射時在牆壁上形成的光影是雙曲線的部分圖形，在地板上形成圓的部分圖形。今飯店經理將燈罩整個往外(走道方向)調整，讓燈光照在走廊地面的光影更靠近對面牆壁，但不會照到對面牆壁上，即轉動到最大角度時，光線只會照到對面牆壁與地板相連的牆角，則下列何者為經理調整過程中，地板上可能出現的曲線部分圖形。

- (1)圓 (2)橢圓 (3)雙曲線
(4)拋物線 (5)無圖形。



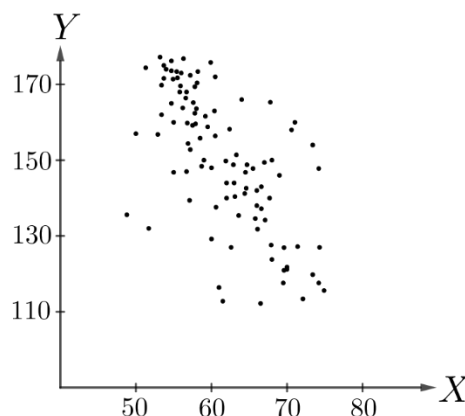
5. 設 a 、 b 、 c 均為實數，已知 a 、 b 、 c 三數成等比數列，試選出正確的選項。

- (1) 若 a 和 c 都是有理數，則 b 必為有理數
(2) 若 a 、 b 、 c 都是無理數，則 a 、 b 、 c 的公比可能是有理數
(3) 若 a 和 b 都是無理數，則 c 必為無理數
(4) 若 a, b, c 均為正數，則 $\log(a+c) = 2\log b$
(5) 若 a, b, c 均為正數，則 $|\log b - \log a| = |\log c - \log b|$

6. 有一組二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{100}, y_{100})$ 的散布圖如下，設 X 的算術平均數為 μ_x ， Y 的算數平均數為 μ_y ，標準差為 σ_y ， X 和 Y 的相關係數為 r ， Y 對 X 的最適直線斜率為 m 。二維數據

$(X', Y'): (x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2), \dots, (x'_{100}, y'_{100})$ 滿足 $\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 10 \end{bmatrix}$ ，其中 $i = 1, 2, \dots, 100$ 。試選出正確的選項。

- (1) $x'_1, x'_2, \dots, x'_{100}$ 的算術平均數為 $\mu_x + \mu_y - 5$
(2) $y'_1, y'_2, \dots, y'_{100}$ 的標準差為 $3\sigma_y + 10$
(3) X 和 Y' 的相關係數為 $3r$
(4) Y' 對 X' 的最適直線斜率為負
(5) 已知 $(x'_{100}, y'_{100}) = (230, 498)$ ，則 $(x_{100}, y_{100}) = (59, 176)$



三、填充題(每題 7 分，共 35 分)

7. 小英在公園跑步時不慎掉了藍芽耳機，已知藍芽耳機發出的訊號是圓形的。小英立即將地面想成 xy 坐標平面，他找到地面上兩點 $A(3,5)$ 、 $B(5,1)$ ，發現直線 AB 上只有 $\overline{AB}$ 上的點可以接收到藍芽訊號，此時他的好友小明也發現直線 $x-2y=-7$ 上只有一個點有訊號，正想確定此點坐標時，小英說我找到了，請問藍芽耳機的位置點坐標為_____。
8. 小英有兩雙防水靴子、兩雙布鞋，星期一到星期五上學時從這 4 雙鞋任取一雙穿著到學校，但是同一雙鞋不連續穿兩天，雨天時必穿防水靴，已知氣象預報這週星期一、二、五會下雨，假若預報準確，則小英這週五天有_____種不同的穿鞋情形。
9. 已知空間坐標上一點 $P(1,2,3)$ 在 x 軸、 y 軸上的投影點分別為點 A 、點 B ，若 C 、 D 兩點在直線 AB 上，滿足 $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$ ，且 $\overrightarrow{OC}$ 垂直 $\overrightarrow{OD}$ ，則 $\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} =$ _____。(化為最簡分數)
10. 四邊形 $ABCD$ 內接於圓 O ，四邊形的對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 垂直，已知 $\overline{AB}=12$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ，則 $\overline{CD} =$ _____。
11. 已知 $f(x)$ 為三次函數， $g(x)$ 為二次函數， $g(2)=-1$ ，且對於任意實數 t ，恆有 $g(2-t)=g(2+t)$ 及 $f(t)=t \times g(t+2)$ ，則 $f(x)$ 在對稱中心的近似直線為_____。

四、混合題(共22分)

小明寫了一個程式讓機器人在 2×2 的棋盤中移動，如圖所示。每執行一次，程式會選擇「上、下、左、右」中的某一個方向，不同方向被選擇的機率均相等，並指示機器人依該方向移動一格，但若選到的方向會跑出棋盤，則機器人會跑到對角的位置(例如： A 的對角位置為 D ， B 的

對角位置為 C)。每次執行都是從上次所在位置依程式重新選取的方向移動，假設機器人的初始位置在 A 。令執行程式 n 次後，機器人停留在 A 、 B 、 C 、 D 的機率分別為 a_n 、 b_n 、 c_n 和 d_n 。

12. 試選出正確的選項。(多重選擇題 10 分)

(1) $b_1 = \frac{1}{3}$

(2) $b_2 = \frac{1}{4}$

(3) $b_{99} = c_{99}$

(4) $a_{100} < d_{100}$

(5) $b_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{1}{4}d_n + \frac{1}{2}c_n$

A	B
C	D

13. 試說明對於所有自然數 n ， $b_n = c_n$ 恆成立。(6 分)

14. 若機器人最後停留在 A 、 B 、 C 、 D 分別可獲得獎金 100、200、300、100，則執行 10 次所得獎金的期望值為_____。(6 分)

台北市立第一女子高級中學 113 度 第一學期

高三數學乙考科三次期中考 答案卷

班級：三年_____班 座號：_____ 姓名：_____

*總分超過 100 分時，則以 100 分計。

一、單選題（每題 7 分，共 21 分）

1.	2	3.
(4)	(3)	(5)

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 30 分）

4.	5.	6.
(2)		

三、填充題(每題 7 分，共 35 分)

7	8	9	10	11
(4,3)	26	$\frac{1}{8}$	$4\sqrt{3}$	$y = -x$

四、混合題(共 22 分)

12.
(2)(3)(5)

13.：計算題(請寫出詳細過程)

14.
175