

台北市立第一女子高級中學 113 學年度第一學期高三數 A 期末考試題目卷

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

1. 設 a 為正數，且 $f(x) = a \sin x + 4 \cos(x + \frac{\pi}{2})$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 5，則 a 的值為何？

- (1)1 (2)3 (3)5 (4)7 (5)9

2. 在坐標平面上有兩條斜率為正的平行直線，已知此兩直線的距離為整數，若有一半徑為 1.45 的動圓 C ，其圓心 Q 點在這兩條直線之間，將此動圓往上平移 8 單位，往右平移 6 單位，移動的過程中，此動圓都不與兩平行直線相交，則此兩直線之間的距離最短為多少？

- (1)5 (2)7 (3)8 (4)9 (5)11

3. 已知 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & k \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ 經過矩陣列運算後，可得 $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 k 的值為何？

- (1)-4 (2)-2 (3)2 (4)4 (5)5

4. 已知某地區學童有一傳染病，針對此傳染病的快篩試劑檢驗，有陽性和陰性兩種結果。已知該試劑將染病者判為陽性的機率為 80%，將未染病者判為陰性的機率為 90%。為降低該試劑將染病者誤判為陰性的情況，可連續採檢數次。在每次使用快篩試劑檢驗的結果都是獨立的情況下，專家發現單次採檢判為陰性者中，染病者之機率 p ，為連續採檢 3 次皆判為陰性者中，染病者之機率 p' 的 20 倍。試問此地區感染此傳染病的學童接近下列哪一個選項的比例？

- (1)2.8% (2)5.6% (3)8.4% (4)11.2% (5)14%

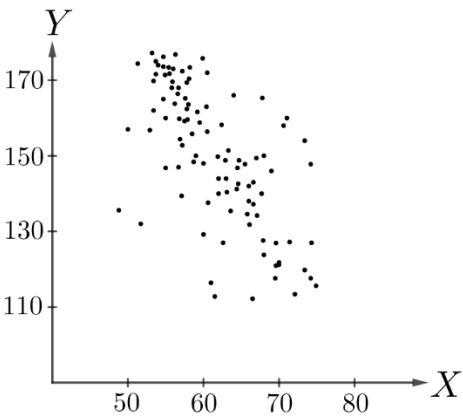
二、多選題（每題 10 分，共 20 分）

1. 設 $a、b、c$ 均為實數，已知 $a、b、c$ 三數成等比數列，試選出正確的選項。
- (1) 若 a 和 c 都是有理數，則 b 必為有理數
 - (2) 若 $a、b、c$ 都是無理數，則 $a、b、c$ 的公比可能是有理數
 - (3) 若 a 和 b 都是無理數，則 c 必為無理數
 - (4) 若 a,b,c 均為正數，則 $\log(a+c)=2\log b$
 - (5) 若 a,b,c 均為正數，則 $|\log b-\log a|=|\log c-\log b|$

2. 有一組二維數據 $(X,Y):(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_{100},y_{100})$ 的散布圖如下，設 X 的算術平均數為 μ_x ， Y 的算數平均數為 μ_y ，標準差為 σ_y ， X 和 Y 的相關係數為 r ， Y 對 X 的最適直線斜率為 m 。二維數據

$(X',Y'):(x'_1,y'_1),(x'_2,y'_2),\cdots,(x'_{100},y'_{100})$ 滿足 $\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 10 \end{bmatrix}$ ，其中 $i=1,2,\cdots,100$ 。試選出正確的選項。

- (1) $x'_1,x'_2,\cdots,x'_{100}$ 的算術平均數為 $\mu_x + \mu_y - 5$
- (2) $y'_1,y'_2,\cdots,y'_{100}$ 的標準差為 $3\sigma_y + 10$
- (3) X 和 Y' 的相關係數為 $3r$
- (4) Y' 對 X' 的最適直線斜率為負
- (5) 已知 $(x'_{100},y'_{100}) = (230,498)$ ，則 $(x_{100},y_{100}) = (59,176)$



三、填充題（共 42 分，配分如下表）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7
得分	8	16	24	30	34	38	42

1. 今擲一顆不公平的骰子，擲出 k 點的機率為 $a \times k$ ，其中 a 為實數，則擲一次所得點數的期望值為_____。
2. 四邊形 $ABCD$ 內接於圓 O ，四邊形的對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 垂直，已知 $\overline{AB}=12$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ，則 $\overline{CD}=_____$ 。

3. 袋中有 2 顆紅球和 10 顆白球，甲、乙、丙三人輪流從袋中取球，取後不放回，取完為止。假設每一球被取中的機會均等，則 2 顆紅球被不同的人取中的機率為_____。
4. 在坐標平面上，設點 $A(a, a+1)$ ， $B(2a, a-4)$ ， $C(a^2-1, a-1)$ ，其中實數 a 滿足 $|a+1|+|a-4|=5$ ，則三角形 ABC 的面積最大為_____。
5. 已知 $\log a$ 、 $\log b$ 、 $\log a + \log b$ 三數成等差數列，且點 (m, b) 和點 (n, ab) 都在 $y = (\sqrt{a})^x$ 的圖形上，則數對 $(m, n) =$ _____。
6. 在坐標空間中有一正四面體 $ABCD$ ，已知 $A(1, 2, 4)$ ， $B(-5, -4, 4)$ ， $C(-5, 2, -2)$ ，且 D 點在直線 $L: \frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{a} = \frac{z}{-1}$ 上，其中 a 為實數，則 D 點坐標為_____。
7. 已知 $f(x)$ 為三次函數， $g(x)$ 為二次函數，且對於任意實數 t ，恆有 $g(2-t) = g(2+t)$ 及 $f(t-2) = (t-2)g(t)$ ，則 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的商式為_____。

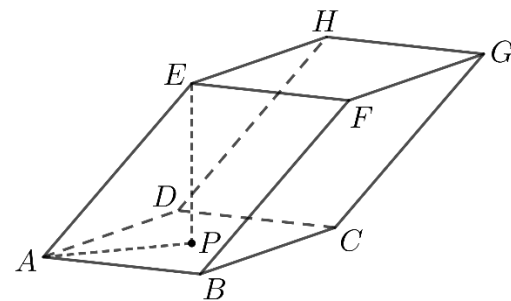
四、混合題（第(1)題 4 分，第(2)題 4 分，第(3)題 6 分，共 14 分）

1. 有一平行六面體 $ABCD-EFGH$ ，已知 $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AD}=4$ ， $\overline{AE}=5$ ， $\angle BAD=60^\circ$ ， $\angle EAB=\angle EAD=45^\circ$ ，設 E 點在平面 $ABCD$ 上的投影點為 P ，試問：

(1) $\overrightarrow{EP} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____。

(2) $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值為何？(A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{15}{2}$ (C) $\frac{25}{2}$ (D) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ (E) $\frac{15\sqrt{6}}{4}$

(3) 若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AE}$ ，試求數對 (x, y, z) 。



高三_____班 座號_____ 姓名_____

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

1.	2.	3.	4.
----	----	----	----

二、多選題（每題 10 分，共 20 分）

1.	2.
----	----

三、填充題（共 42 分，配分如下表）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7
得分	8	16	24	30	34	38	42

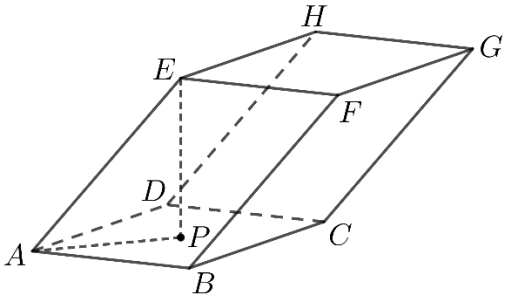
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
----	----	----	----	----	----	----

四、混合題（第(1)題 4 分，第(2)題 4 分，第(3)題 6 分，共 14 分）

(1)

(2)

(3)



高三_____班 座號_____ 姓名_____

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

1.	2.	3.	4.
(5)	(3)	(4)	(2)

二、多選題（每題 10 分，共 20 分）

1.	2.
(2)(5)	(1)

三、填充題（共 42 分，配分如下表）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7
得分	8	16	24	30	34	38	42

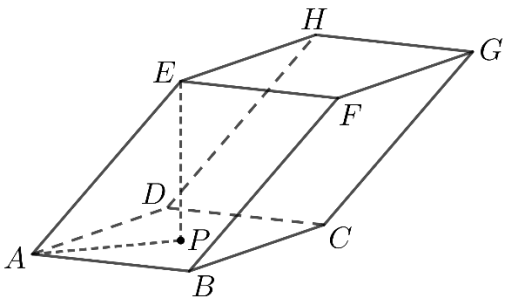
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
$\frac{91}{21}$	$4\sqrt{3}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{47}{2}$	(4,6)	(1,-4,-2)	$x+4$

四、混合題（第(1)題 4 分，第(2)題 4 分，第(3)題 6 分，共 14 分）

(1) 0

(2) (D)

(3)



點 $A、B、D、P$ 共平面，所以 $z=0$ 。(2 分)

$$\begin{cases} (x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD})\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EP})\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{15\sqrt{2}}{2}\Rightarrow 9x+6y=\frac{15\sqrt{2}}{2} \\ (x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD})\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AD}=(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EP})\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AD}=10\sqrt{2}\Rightarrow 6x+16y=10\sqrt{2} \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5\sqrt{2}}{9} \\ y=\frac{5\sqrt{2}}{12} \end{cases} \text{。 (4 分)}$$