

新竹市新竹女中 113 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 83 分）

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 10 分。（每個選項 2 分）

1. 關於方根與指數的運算，下列哪些敘述是正確的？

(1) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt[7]{2}$

(2) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{3}} = \sqrt[20]{3}$

(3) $(-4)^{-2} \times (-4)^{-3} = (-4)^{-5}$

(4) $5^{\frac{6}{7}}$ 和 $5^{\frac{7}{6}}$ 互為倒數

(5) $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}}$

2. 關於常用對數的敘述，下列哪些選項是正確的？

(1) $\log 0 = 1$

(2) $100^{\log 6} = 36$

(3) $10^{-\log 2} = \frac{1}{2}$

(4) $\log(2 - \sqrt{3}) = -\log(2 + \sqrt{3})$

(5) $10^{2\log 3} > 10^{3\log 2}$

二、填充題（占 54 分）

說明：第 3 題至第 8 題，答對前 1 到 4 格，每格 9 分；後面答對每格 6 分。

3. 設 a, b 為有理數，若 $a + (1 - 3\sqrt{3})b = (2 + \sqrt{3})^3$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設 $x = \sqrt{15 + 4\sqrt{14}}$ ，則 x 的小數部分為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 絕對值方程式 $|x - 1| + |x + 2| = 3$ 的解為： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 絕對值不等式 $|x-2| \geq 3|x+4|$ 的解為：【 】。

7. 求 $(0.25)^{-2.5} - \left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{3^{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3^{\sqrt{2}}}} \right)^{\sqrt{2}} + 100^{\log \sqrt{3}}$ 的值为【 】。

8. 數線上，設 $A(a)$ ， $B(b)$ ， $C(c)$ ， $D(d)$ ， $M(m)$ ，其中 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ， M 為 $\overline{AD}$ 中點。已知不等式 $\alpha < |3x - 2| \leq \beta$ 的解為 $a \leq x < b$ 或 $c < x \leq d$ ，試求

(1) $m = \left[\frac{1}{2} \right] \circ$

(2) 數對 $(\alpha, \beta) = \mathbf{[\quad]}$ 。

三、簡答題（占9分）

說明：第 9 題至第 11 題。

已知下列每一小題的敘述都是錯的，請各寫出一個反例並說明。(如範例)

例題：「若 a 是無理數，則 a^2 是有理數。」

反例： $a = \sqrt[4]{3}$

說明： $\sqrt[4]{3}$ 是無理數， $\left(\sqrt[4]{3}\right)^2 = 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ 也是無理數。

不要 只寫 $\left(\sqrt[4]{3}\right)^2$ 是無理數 或 $\sqrt{3}$ 是無理數 或是 $\left(\sqrt[4]{3}\right)^2 = \sqrt{3}$ 。

9. 若 $a+b$ 和 ab 都是無理數，則 a^2+b^2 是無理數。

反例： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2分)

說明：(1 分)

10. 設 c, d 為實數，若 $c + d\sqrt{2} = 0$ ，則 $c = d = 0$ 。

反例： $c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。(2分)

說明：(1 分)

11. 設 x, y 是實數，則 $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ 。

反例： $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2 分)

說明：(1 分)

第貳部分：混合題（占 17 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

12 — 14 題組

設 $k = 10^n + \frac{10201}{10^n}$ ，試回答下列問題。

12. 若 n 為整數，則 k 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(填充題，2 分)

13. 若 n 為有理數，請選出正確的選項。(多選題，4 分，4 — 2 — 0)

- (1) k 有最小值，最小值為 202
- (2) k 有最小值，最小值大於 202
- (3) k 沒有最小值
- (4) k 有最大值
- (5) k 沒有最大值

14. 若 n 為實數，試求出 k 的最小值，及最小值發生時， n 的值為何？

(非選擇題，5 分)

15 — 16 題組

小沂無意間得知某任考試院院長是孔子的第七十七代嫡長孫，不禁產生了以下發想：每個人都有一對親生父母，爸爸媽媽又各自有一對親生父母，假設這些親長們都沒有重複的話，往上回推 77 代，就會有 2^{77} 位和孔子同一代的直系尊親屬。請幫他估算一下： 2^{77} 這個數字有多大？

(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 11 \approx 1.0414$)

15. 計算 $\log 2^{77}$ 的近似值，得到 $\log 2^{77}$ 介於正整數 n 和 $n+1$ 之間，可以得知 2^{77} 是一個 $\underline{\hspace{2cm}}$ 位數字。(填充題，3 分)

16. 假設 $2^{77} = a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 是正整數，則 a 的範圍介於下列哪個區間中？(單選題，3 分)

- (1) (1, 1.2)
- (2) (1.2, 1.4)
- (3) (1.4, 1.5)
- (4) (1.5, 1.6)
- (5) (1.6, 2)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 23 2. 2345

3. $(31, -5)$

4. $2\sqrt{2} + \sqrt{7} - 5$

5. $-2 \leq x \leq 1$

6. $-7 \leq x \leq -\frac{5}{2}$

7. $35 - \sqrt{3}$

8. (1) $\frac{2}{3}$; (2) $(3, 18)$

9. 略

10. 略

11. 略

第貳部分：混合題

12. 202.01

13. 35

14. $k \text{ minimum} = 202$, $n = \log 101$

15. 24

16. 4