

台中市台中女中 113 下高一第二次期中考

一、多選題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 8 分。(8-6-4-2-0)

1. 設集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 B 為集合 A 的子集合，請選出正確的選項。

- (1) 若 B 集合之元素的最大值為 3，則可能的 B 集有 4 個
- (2) 若 B 集合之元素的最大值為 5，則可能的 B 集有 32 個
- (3) 若 $n(B) = 3$ ，則可能的 B 集合有 10 個
- (4) 若 1 與 2 至少有一個為 B 集合的元素且 $n(B) = 3$ ，則可能的 B 集合有 9 個
- (5) 若 B 集合之元素的中位數為 3，則可能的 B 集合有 9 個

2. 已知二次函數 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，其係數 a, b 之值分別由投擲一顆公正骰子與一枚均勻硬幣來決定。令 a 為骰子出現之點數；若硬幣出現正面時 b 值為 1，若硬幣出現反面時 b 值為 6；請選出正確的選項。

- (1) 擲出 $a = b$ 的機率為 $\frac{1}{3}$
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ 有兩相等實根的機率為 $\frac{1}{12}$
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ 有兩相異實根的機率為 $\frac{5}{12}$
- (4) 硬幣出現反面且方程式 $f(x) = 0$ 有實數解的機率為 $\frac{1}{6}$
- (5) 函數 $f(x)$ 的值恆為正數的機率為 $\frac{1}{2}$

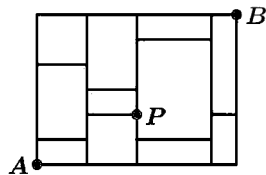
二、填充題（占 84 分）

說明：第 3 題至第 16 題，每題 6 分。

3. 將甲、乙、…等 9 個人平分為 3 組，則甲、乙在同一組的機率為【 】。

4. 設 a 為實數，若 $\left(ax^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ 的展開式中 x^4 項係數為 $\frac{5}{4}$ ，則 $a =$ 【 】。

5. 如圖，由 A 走捷徑到 B ，但途中不能經過 P 點，共有【 】種走法。



6. 設 $A = \{1, a+1, 4\}$ ， $B = \{-2, a-1, a^2+2a-5, a^2-1\}$ ，
已知 $A \cap B = \{1, 3\}$ ，則 $A \cup B$ 的所有元素總和為【 】。

7. 將 5 位高二學生與 4 位高一學生混合平分成 3 組，每組皆至少有 1 位高二學生，則分法有【 】種。

8. 有一樓梯共有 10 階，今有一人上樓，若每步走 1 階或 2 階，則共有【 】種上樓的方法。

9. 化簡 $C_3^5 + C_4^6 + C_5^7 + \cdots + C_{k+2}^{k+4} + \cdots + C_{17}^{19} =$ 【 】。

10. 某班舉辦班級同樂會，包含跳舞表演 3 個、音樂表演 2 個、技藝表演 2 個等三類表演共 7 個不同表演，班想將同類表演排在一起，且音樂必須排在跳舞之後或是技藝之後。則這場同樂會可能的節目演出順序共有【 】種。

11. 設 A 、 B 為樣本空間的兩個事件，已知 $P(A) = 0.35$ ， $P(B') = 0.5$ ， $P(B - A) = 0.27$ ，則 $P(A - B) =$ 【 】。

12. 在一個遊樂園內，有一張可以容納 13 人的長椅，座位編號從 1 到 13。若有 9 位遊客隨機選擇其中的座位坐下。稍後，一位家長帶著一個小孩來了，他們希望坐在相鄰的兩個空位上，則這對親子能成功找到相鄰座位的機率是【 】。

13. 設 n 為正整數且 $a = \log 31$ ，若 $10^a \times C_1^n + 10^{2a} \times C_2^n + \cdots + 10^{ka} \times C_k^n + \cdots + 10^{na} \times C_n^n$ 的值超過 1000000，則 n 的最小值為【 】。

(參考數據： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3.1 = 0.4914$)

14. 小明正在規劃下週一至週五的早餐，他有四家喜歡的早餐店可以選擇：兩家炒麵店(名為 $N1$ 和 $N2$) 以及兩家燒餅店(名為 $S1$ 和 $S2$)。不過，早餐計劃需要遵守以下所有規則：

(1) 每天只能從當天營業中的店家選擇恰好一家購買早餐。

(2) 炒麵店 $N1$ 在星期三固定公休。

燒餅店 $S1$ 在星期二固定公休。

(3) 在這五天內，四家店 ($N1$, $N2$, $S1$, $S2$) 都必須至少被光顧一次。

滿足上述條件的五日早餐計劃總共有【 】種不同的安排方式。

15. 將 $0, 1, 2, \dots, 9$ 等十個阿拉伯數字任取 4 個相異數排成四位數，若任一較小數不夾在兩較大數之間，則滿足條件的四位數有【 】個。

16. 在一個社群媒體內容創作比賽中，主辦方準備了 7 種不同的拍攝道具，包括燈光組、三角架、背景布、麥克風、穩定器、手機支架和道具服，並要將它們全部分給三位參賽者小明、小華和小美，每位參賽者至少獲得 1 件道具，則共有【 】種不同的分配方式。

參考答案

1. 1345 2. 24

3. $\frac{1}{4}$

4. $\frac{1}{2}$

5. 13

6. 6

7. 240

8. 89

9. 1130

10. 96

11. 0.12

12. $\frac{101}{143}$

13. 4

14. 138

15. 1344

16. 1806