

新竹市新竹高中 113 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 79 分）

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 腳長的小明要從樓梯的第 0 階 (平地) 上到第 11 階，一次可以跨 1 階樓梯、2 階樓梯或 3 階樓梯，下列何者最接近小明上樓梯的方法數？

- (1) 230
- (2) 274
- (3) 423
- (4) 504
- (5) 778

2. 下表為民國 107 年至民國 112 年我國工業及服務業受僱員工 (以下統稱受僱員工) 的年薪各項統計資料 (資料來源：主計總處)，試以此表判斷下列選項何者正確？

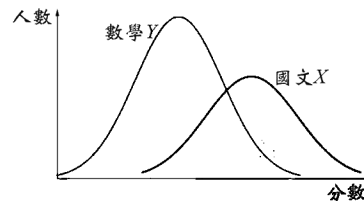
	107 年	108 年	109 年	110 年	111 年	112 年
第 3 四分位數 (萬元)	73.1	74.3	75.0	77.5	79.6	80.5
平均數 (萬元)	62.8	64.1	65.0	67.2	69.6	70.1
中位數 (萬元)	48.7	49.4	49.8	50.8	51.8	52.5
第 1 四分位數 (萬元)	34.1	35.4	36.0	36.7	37.5	38.8

- (1) 民國 112 年，有一半的受僱員工年薪達 70.1(萬元)
- (2) 民國 107 年至民國 112 年，平均數與中位數的差距不斷變大
- (3) 民國 107 年至民國 112 年，第 3 四分位數與第 1 四分位數的差距最大的是民國 111 年
- (4) 民國 107 年至民國 112 年，受僱員工年薪高過第 3 四分位數的比例不斷變高
- (5) 民國 107 年至民國 112 年，受僱員工年薪高過平均數的比例不到四分之一

二、多選題（占 21 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 7 分。(7-4-1-0)

3. 新竹高中高一共有 650 位同學，第一次段考國文、數學兩科成績分別以 X 、 Y 表示，且每位同學的成績由 0 ~ 100 分計分。成績分布如圖統計。已知此次段考成績 X 、 Y 的相關係數為 0.09，試問下列那些敘述正確？



- (1) X 的平均數比 Y 的平均數還大
- (2) X 的標準差比 Y 的標準差還小
- (3) X 和 Y 的關係不適合用迴歸直線 $y = a + bx$ 來表示其相關性
- (4) 若將所有同學的數學成績都加 10 分，國文成績和數學成績的相關係數提高變成 0.1
- (5) 若將 X 、 Y 標準化後，得到新數據 X' 、 Y' ，則 Y' 對 X' 的迴歸直線 $y' = 0.09x'$

4. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 3, n \geq 2 \end{cases}$ 、數列 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} b_1 = a_1 \\ b_n = b_{n-1} + a_n, n \geq 2 \end{cases}$ 、數列 $\langle c_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} c_1 = b_5 \\ c_n = b_{5n} - b_{5(n-1)}, n \geq 2 \end{cases}$ ，試問下列選項哪些正確？

- (1) $\langle b_n \rangle$ 為等差數列
- (2) $\langle c_n \rangle$ 為等差數列
- (3) $b_{10} = 155$
- (4) $c_{10} = 715$
- (5) $c_1 + c_2 + \cdots + c_9 + c_{10} = 3775$

5. 消費者物價指數 (Consumer Price Index，簡稱 CPI) 用以衡量一般家庭購買消費性商品及服務價格水準的變動情形。將基期年 (目前為民國 110 年) 指數定為 100，做為比較之基準。例如：目前消費者物價總指數為 120，代表基期年用 100 元買到的商品及服務，現在必須花 120 元才能買到相同的商品及服務，表示目前需用較多的貨幣才能購得與基期年相當之商品及服務，亦即貨幣購買力下降。下表為民國 106 年至民國 113 年我國各項的消費者物價指數 (資料來源：主計總處)，試以此表判斷下列選項哪些正確？

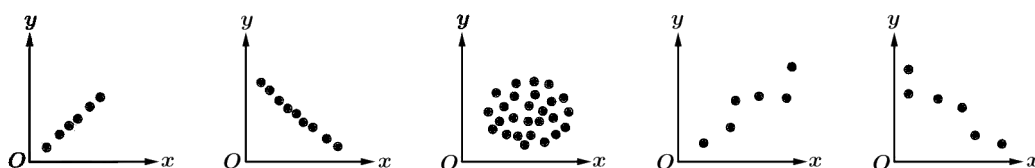
統計期	總指數	一. 食物類	二. 衣著類	三. 居住類	四. 交通及通訊類	五. 醫藥保健類	六. 教養娛樂類	七. 雜項類
106 年	96.45	94.21	97.51	97.31	97.31	97.12	98.82	93.64
107 年	97.76	95.15	97.79	98.2	99.51	98.15	99.04	98.08
108 年	98.3	96.96	97.08	98.81	98.07	98.98	99.78	98.65
109 年	98.07	97.61	98.26	99.09	94.27	99.77	98.81	99.61
110 年	100	100	100	100	100	100	100	100
111 年	102.95	105.66	102.38	102.26	104.56	102.46	101.37	103.87
112 年	105.51	109.92	103.23	104.35	104.26	104.14	101.33	103.84
113 年	107.81	113.98	103.55	106.64	104.62	106.59	106	106.12

- (1) 民國 106 年至民國 113 年，總指數逐年上升
- (2) 民國 106 年至民國 113 年，一類到七類中，有超過一項指數不是逐年上升的
- (3) 民國 110 年至民國 113 年，食物類的年平均成長率為 13.98%
- (4) 民國 110 年至民國 113 年，年平均成長率最高的是食物類
- (5) 民國 112 年至民國 113 年，成長率最低的是交通及通訊類

三、填充題 (占 48 分)

說明：第 6 題至第 12 題，每格 6 分。

6. 下列 5 個散佈圖中， x 與 y 的相關係數依左至右為 r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 。比較 r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 的大小關係【 】。



7. 計算 $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 4) + \cdots + (1 + 2 + 4 + \cdots + 1024 + 2048) =$ 【 】。

(需乘開，不可用次方表示)

8. 數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 - n + 3$ ，

則該數列一般項為【 】。

9. 等差數列 $\langle a_n \rangle$ 首項為 1、公差為 3，求級數 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{98} a_{99}} + \frac{1}{a_{99} a_{100}}$

=【 】。

10. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴式 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 4a_{n-1} + 9, n \geq 2 \end{cases}$

則該數列一般項為【 】。

11. 小美在補習班隨機調查 20 位同學的身高 (單位：公分)，數據如下：176、146、174、179、172、163、150、165、180、173、159、159、161、150、171、173、167、157、172、153。試回答下列問題：

(1) 設此 20 位同學的平均身高為 μ 、標準差為 σ ，求數對 $(\mu, \sigma) =$ 【 】。

(2) 將此 20 位同學的身高標準化後有【 】筆數據介於 ± 1 之間。

12. 利用最小平方方法求殘差時得

$E(a, b) = (a + 5b - 7)^2 + (a + b - 2)^2 + (a + 2b - 3)^2 + (a + 4b - 5)^2 + (a + 3b - 3)^2$ ，其中 a, b 為實數，試問當 $(a, b) =$ 【 】時， $E(a, b)$ 有最小值

第貳部分：混合題 (占 21 分)

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13 — 14 題組

某年竹中學測成績裡，所有考數學 $A(x)$ 與自然 (y) 的同學中，數學 A 的平均級分與標準差分別為 $\mu_x = 11.5$ 、 $\sigma_x = 2.5$ ，自然的平均級分與標準差分別為 $\mu_y = 12.5$ 、 $\sigma_y = 2$ ，其中數學 A 與自然的相關係數為 $r = 0.7$ 。利用以上統計數據回答下列問題：

13. 計算自然 (y) 對數學 $A(x)$ 的迴歸直線。(須表示成 $y = a + bx$ 形式，5 分)

14. 若已知隔壁班的小華數學 A 考 14 級分，利用該迴歸直線預測小華自然考多少級分。(取最接近整數，3 分)

15 — 17 題組

設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴式 $\begin{cases} a_1 = \sqrt{6} \\ a_n = \sqrt{6 + a_{n-1}}, n \geq 2 \end{cases}$ ，試回答下列問題：

15. 列出 a_2 、 a_3 、 a_4 的值比較 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 的大小關係。

($\sqrt{6} \approx 2.45$ ， $\sqrt{8.45} \approx 2.91$ ，3 分)

16. 根據 15. 的比較結果，推測下列命題何者正確。(單選題，3 分)

- (1) 存在某個自然數 n ，滿足 $a_n = a_{n+1}$
- (2) 存在某個自然數 n ，使得 a_n 是數列中最大的一項
- (3) 存在某個自然數 n ，使得 a_n 是數列中最小的一項
- (4) 對於任意自然數 n ，皆滿足 $a_n > a_{n+1}$
- (5) 對於任意自然數 n ，皆滿足 $a_n < a_{n+1}$

17. 利用數學歸納法證明你在 16. 的推測。(非選擇題，7 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4

2. 3

3. 135

4. 2345

5. 24

6. $r_1 > r_4 > r_3 > r_5 > r_2$

7. 8178

8. $a_1 = 4$; $a_n = 4n - 3$, $n \geq 2$

9. $\frac{99}{298}$

10. $4^n - 3$

11. (1) (165 , 10) ; (2) 13

12. $\left(\frac{2}{5}, \frac{6}{5}\right)$

第貳部分：混合題

13. $y = 6.06 + 0.56x$

14. 14

15. $a_1 = \sqrt{6}$, $a_2 = \sqrt{8.45}$, $a_3 = \sqrt{8.91}$, $a_4 = \sqrt{6 + \sqrt{8.91}}$; $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$

16. 5

17. 略