

高雄市高雄女中 113 下高一期末考

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 已知 θ 為第二象限角， $\sin \theta = \frac{5}{13}$ ，求 $\cos (180^\circ - \theta)$ 的值為下列哪個選項？

(1) $-\frac{5}{13}$

(2) $\frac{12}{13}$

(3) $-\frac{12}{13}$

(4) $\frac{5}{12}$

(5) $-\frac{5}{12}$

2. 有 10 位學生，其座號為 1~10 號，若從這 10 人中隨機派 3 人打掃客語中心，則此 3 人的座號都不相連的機率為下列哪一個選項？

(1) $\frac{1}{15}$

(2) $\frac{4}{15}$

(3) $\frac{7}{15}$

(4) $\frac{8}{15}$

(5) $\frac{11}{15}$

3. 某城市的氣象站位於坐標原點 O 。此氣象站的觀察員觀測瑪莉颱風的行進路線， T 為觀測時間，單位為小時。當 $T = 0$ 時，觀察到颱風中心位於 A 點，其坐標為 $(640\sqrt{3}, 640)$ ，單位為公里，正以每小時 16 公里，朝西 30° 北的方向前進。若颱風方向與速度一直維持不變，當瑪莉颱風的中心最接近坐標原點 O 時，求 T 為多少？

- (1) 10
- (2) 20
- (3) 30
- (4) 40
- (5) 50

二、多選題（占 5 分）

說明：第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

4. 已知 $\triangle ABC$ 的兩邊長為 $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) $\angle A$ 可能為 30° ，且此時可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀和大小
- (2) $\angle A$ 可能為 30° ，且此時 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 5
- (3) $\angle A$ 可能為 60° ，且此時 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- (4) $\angle C$ 可能為 60° ，且此時 $\overline{AB}$ 的長度為 7
- (5) $\angle C$ 可能為 60° ，且此時 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 $2\sqrt{3}$

三、填充題（占 80 分）

說明：第 5 題至第 20 題，每題 5 分。

5. 求 $\tan^2 45^\circ - \frac{1}{\cos^2 45^\circ} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

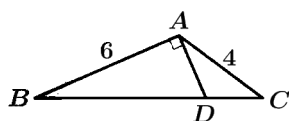
6. 求 $\cos 240^\circ \times \tan(-45^\circ) + \sin 480^\circ \times \tan 210^\circ = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

7. 若 θ 為銳角且 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ ，求 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

8. 設 $P(x, 4)$ 為標準位置角 θ 終邊上的一點，若 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ ，

求 x 的值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 如圖所示，已知 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ ，求 $\overline{AD}$ 的長度 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
(化為最簡根式)



10. 某校欲在校園內設置無線網路基地臺且地點必須與 A ， B ， C 三地等距離。設 A ， B ， C 三地彼此的距離分別為 $\overline{AB} = 60$ 公尺， $\overline{AC} = 75$ 公尺與 $\overline{BC} = 90$ 公尺。求基地臺與三地的距離 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。(化成最簡根式)

11. 學科能力測驗中，多重選擇題每題有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的。其計分方式為：「所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。」今有一題某考生已經確定選項 (1) 是正確的，其餘 4 個選項則隨意猜測，求此考生在該題得分的期望值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 分。(化成最簡分數)

12. 同時擲三粒公正骰子，觀察所出現的點數，求恰有兩粒骰子的點數相同的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

13. 盤中裝有 10 顆雞蛋，它們是由 3 顆土雞蛋及 7 顆普通雞蛋所做成。從盤中任取 3 顆雞蛋，求取出由土雞蛋所做成滷蛋的個數之期望值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 顆。(化成最簡分數)

14. 有一種猜四位數字的遊戲，規則如下：阿瑋 先設定好的數字為相異的四位數。由小瓘 來猜阿瑋 的數字。若小瓘 已猜阿瑋 設定的數字為 5498，阿瑋 告訴小瓘：「四個數字皆猜對，一個數字的位置對。其他 3 個數字位置不對。」每個可能的四位數被猜的機率相等，請問小瓘 下一次就可以猜中此四位數的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

15. 若有一個正整數，其數字由左至右越來越小，則稱此正整數為「遞減數」，例如：860 為遞減數。今從三位數中任選一數，此數是遞減數的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

16. 已知圓內接四邊形 $ABCD$ ，其中三邊的長度為 $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{DA} = 8$ ，且對角線 $\overline{AC}$ 的長度為 12，求 $\overline{AB}$ 的長度 =【 】。

17. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， D 點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AD} = 2$ ， E 點在 $\overline{BC}$ 上。若 $\overline{DE}$ 將 $\triangle ABC$ 的面積二等分，求 $\overline{BE}$ 的長度 =【 】。(化成最簡根式)

18. 有一個三角形公園，其三頂點為 O 、 A 、 B ，在頂點 O 處有一座 X 公尺高的觀景台，某人站在觀景台上觀測地面上另兩個頂點 A 、 B 與 $\overline{AB}$ 的中點 C ，測得其俯角分別為 30° ， 60° ， 45° ，且 $\overline{AC} = \overline{CB} = 200$ 公尺。求 X =【 】。(化成最簡根式)

19. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = \overline{BC} = 5$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 D 點， $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ 且 $\overline{BE}$ 與 $\overline{AC}$ 交於 E 點， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 交於 H 點，求四邊形 $CDHE$ 的外接圓半徑為【 】。(化成最簡分數)

20. 已知 P 為 $\triangle ABC$ 內部的一點，滿足 $\angle PBA = 70^\circ$ ， $\angle PBC = 10^\circ$ ， $\angle PCB = 20^\circ$ ，且 $\angle PCA = 30^\circ$ ，求 $\angle APC$ =【 】度。

參考答案

1. 2 2. 3 3. 4

4. 24

5. -1

6. 1

7. $\frac{9}{4}$

8. -3

9. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

10. $\frac{120\sqrt{7}}{7}$

11. $\frac{23}{16}$

12. $\frac{5}{12}$

13. $\frac{9}{10}$

14. $\frac{1}{8}$

15. $\frac{2}{15}$

16. 8

17. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

18. $40\sqrt{5}$

19. $\frac{7}{8}$

20. 140