

彰化縣彰化女中 113 上高一第二次期中考

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 試問下列各選項，何者與不等式 $(x-1)(x-3) > 0$ 有相同的解？

(1) $(1-x)(x-3) > 0$

(2) $(x-1)(x-3)(x^2+x+1) > 0$

(3) $\frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2} > 0$

(4) $(x-1)^{13}(x-3)^7 > 0$

(5) $(x-1)(x-3)(x-5)^2 > 0$

2. 二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形如圖所示，則下列選項哪些正確？

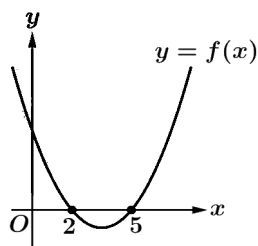
(1) $b < 0$

(2) $c < 0$

(3) $a + b + c < 0$

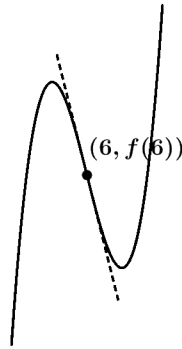
(4) $3a - b - c > 0$

(5) $2a + b > 0$



3. 圖為三次函數 $y = f(x)$ 的圖形，其中 $(6, f(6))$ 是對稱中心，且在對稱中心附近的局部特徵是往右下走的直線。則函數 $f(x)$ 可以是下列何者？

- (1) $(x - 6)^3 + 4(x - 6) + 6$
- (2) $(x - 6)^3 - 4(x - 6) + 6$
- (3) $-(x - 6)^3 + 4(x - 6) + 6$
- (4) $(x - 3)(x^2 - 15x + 63)$
- (5) $(x - 3)(x^2 - 15x + 57)$



4. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 皆為實數。

滿足下列條件 $b^2 - 4ac < 0$ 、 $c < 0$ 、 $f(5 - x) = f(x - 3)$ 對任意實數 x 均成立。

- (1) $a > 0$
- (2) $b > 0$
- (3) $f(2) < f(3)$
- (4) $f(-1) < f(2)$
- (5) 當 $-2 < x < 5$ ， $f(x)$ 有最大值但無最小值

二、填充題（占 60 分）

說明：第 5 題至第 16 題，每題 5 分。

5. 若 $f(x) = 15x^6 - 112x^5 - 68x^4 + 41x^3 - 74x^2 + 26x + 41$ ，求 $f(8) = ?$

6. 若 $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ ，將 $f(x)$ 表為 $p(x + 1)(x + 2)(x + 3) + q(x + 1)(x + 2) + r(x + 1) + s$ 的形式，求 (p, q, r, s) 。

7. 設 $f(x)$ 為一多項式，以 $(x - 1)^3$ 除之餘式為 3，以 $x^2 - x - 2$ 除之餘式為 $-6x + 18$ ，求 $f(x)$ 除以 $(x - 1)^2(x - 2)$ 的餘式。

8. 設 $f(x)$ 為一個多項式，已知 $xf(x)$ 除以 $x^2 + 3x + k$ 所得餘式為 $-2x - 1$ ，而 $f(x)$ 除以 $x^2 + 3x + k$ 所得餘式為 $x + 1$ ，則 $k = ?$
9. 設 $f(x)$ 為三次多項式，已知 $f(1) = f(2) = 5$ ， $f(-1) = -1$ ， $f(3) = 19$ ，求 $f(0) = ?$
10. 設 $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx - 6$ ， $f(-3) = 7$ ，則 $f(3) = ?$
11. 將 $y = x^2 + 3x - 1$ 的圖形沿著 x 軸方向左移 2 單位。再向 y 軸方向上移 1 單位後所得新圖形的方程式為何？
12. 已知 $y = f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ ，當 $-3 \leq x \leq 4$ ， y 有最大值 M ，最小值 m ，求 (M, m) 。
13. 某次數學測驗成績不理想，老師使用一次函數調整成績，將最低分 12 分調成 40 分，最高分 32 分調成 80 分。已知小明 原始分數 30 分，試求調整後的分數為幾分？
14. 不論 x 為任何實數，若二次函數 $y = f(x) = kx^2 + 3x + 2$ 之圖形恆在直線 $y = x + (2 - k)$ 下方，則實數 k 的範圍。
15. 試解不等式 $(x^2 + x + 3)(x^2 - x - 2)(x^2 + 4x + 3)(x + 3)^4(x - 4) \leq 0$ 。
16. 設 $f(x)$ 為三次函數，且不等式 $f(x) > 0$ 的解為 $x < -2$ 或 $0 < x < 2$ ，則 $f(3x - 2) \leq 0$ 的解為何？

三、計算題（占 20 分）

說明：第 17 題至第 18 題。

17. 已知 $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x = a(x-1)^4 + b(x-1)^3 + c(x-1)^2 + d(x-1) + e$

(1) $a + b + c + d + e = ?$ (3 分)

(2) $f(1 + \sqrt{2}) = ?$ (3 分)

(3) 解 $f(x) < 0$ 。(4 分)

18. 已知 $y = f(x) = -(x-1)(x-2)(x-6)$

(1) 找出 $f(x)$ 的對稱中心。(3 分)

(2) 畫出 $y = f(x)$ 的圖形。

(需包含開口方向、對稱中心、 x 軸交點、 y 軸交點等要素) (4 分)

(3) 求在 $x = 2$ 附近 $y = f(x)$ 的一次近似。(3 分)

參考答案

1. 234

2. 1

3. 25

4. 245

5. 121

6. $(1, -12, 36, -24)$

7. $3x^2 - 6x + 6$

8. 1

9. 7

10. -19

11. $y = x^2 + 7x + 10$

12. $(31, -1)$

13. 76

14. $k < -1$

15. $2 \leq x \leq 4, x = -1, x \leq -3$

16. $x \geq \frac{4}{3}, 0 \leq x \leq \frac{2}{3}$

17. (1) 0 ; (2) -2 ; (3) $-1 < x < 0, 2 < x < 3$

18. (1) (3, 6) ; (2) 略 ; (3) $4x - 8$