

台南市台南女中 113 上高二第一次期中考

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 已知 $y = \sin x$ 的週期為 A 、 $y = |\cos 2x|$ 的週期為 B ，則 $A + B = ?$

(1) $\frac{3\pi}{2}$

(2) $\frac{5\pi}{2}$

(3) 3π

(4) $\frac{7\pi}{2}$

(5) 4π

2. 已知 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ，則有多少 x 值使得 $\cos x^\circ > \cos x$ ？

(1) 0 個

(2) 1 個

(3) 3 個

(4) 5 個

(5) 無限多個

3. 令 $a = \sin(\pi^3)$ ，則 a 的範圍？

(1) $0 < a < \frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) $-\frac{1}{2} < a < 0$

(4) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < a < -\frac{1}{2}$

(5) $-1 < a < -\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 若 α 、 β 為銳角，且 $\sin \alpha < \cos \beta$ ，下列敘述何者正確？

(1) $\alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$

(2) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

(3) $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$

(4) $\alpha > \beta$

(5) $\alpha < \beta$

5. 試求 $\frac{\sqrt{6}}{\sin 40^\circ} + \frac{\sqrt{2}}{\cos 40^\circ}$ 的值？

(1) 4

(2) 2

(3) -1

(4) $2\sqrt{2}$

(5) $4\sqrt{2}$

二、多選題（占 25 分）

說明：第 6 題至第 10 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

6. 若 θ 為第一象限角，下列敘述哪些正確？

(1) $\frac{\theta}{2}$ 為第一象限角

(2) $\sin 2\theta > 0$

(3) $\cos 2\theta > 0$

(4) $\tan \frac{\theta}{2} > 0$

(5) $\sin \frac{\theta}{2} > 0$

7. 已知 $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ 且 $\tan \theta = -2\sqrt{2}$ ，則下列選項何者正確？

(1) $\tan 2\theta = \frac{-4\sqrt{2}}{7}$

(2) $\cos 2\theta = \frac{-7}{9}$

(3) $\sin 2\theta = \frac{-4\sqrt{2}}{9}$

(4) $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{2}{3}$

(5) $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{2}{3}$

8. 下列哪些選項可以與 $y = f(x) = 3 \cos(2x + 4) - 2$ 重合？

- (1) $y = 3 \cos x$ 向下平移 2 單位，再水平伸縮為 2 倍，最後向左平移 4 單位
- (2) $y = 3 \cos x$ 向下平移 2 單位，再水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，最後向左平移 4 單位
- (3) $y = 3 \cos x$ 向下平移 2 單位，再水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，最後向左平移 2 單位
- (4) $y = 3 \cos x$ 向下平移 2 單位，再向左平移 4 單位，最後水平伸縮為 2 倍
- (5) $y = 3 \cos x$ 向下平移 2 單位，再向左平移 4 單位，最後水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍

9. 已知 $y = (\sin x + \cos x)^2 - \cos 2x$ 的圖形，下列哪些敘述正確？

- (1) 振幅為 $\sqrt{2}$
- (2) 週期為 2π
- (3) 最大值為 $\sqrt{2}$
- (4) 最小值為 $1 - \sqrt{2}$
- (5) $x = \frac{3\pi}{8}$ 的時候， y 有最大值

10. 下列哪些數的值為有理數？

- (1) $\cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{4\pi}{9}$
- (2) $\frac{\tan 65^\circ + \tan 160^\circ}{1 - \tan 65^\circ \tan 20^\circ}$
- (3) $4 \sin^3 \frac{\pi}{3} - 3 \sin \frac{\pi}{3}$
- (4) $\sin 3.14$
- (5) $\frac{\tan 30^\circ + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan 30^\circ}$

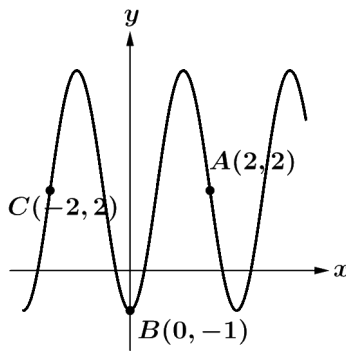
三、填充題（占 50 分）

說明：第 11 題至第 20 題，每題 5 分。

11. 已知一扇形的周長為 8，面積為 4，則此扇形的圓心角為 11-1 徑。

12. 如圖，若此圖形函數為 $y = a \sin(bx + c) + d$ ，且 $a > 0$ 、 $b > 0$ 、 $-\pi < c < \pi$ ，則數對

$(a, b, c, d) = (\underline{12-1}, \frac{\underline{12-2}}{\underline{12-3}}\pi, \frac{\underline{12-4}}{\underline{12-5}}\pi, \underline{12-6})$ 。(請化至最簡)



13. 試算 $y = 2 \sin^2 x + 5 \cos x$ 的最小值 = 13-1 13-2。

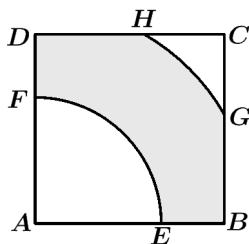
14. 方程式 $\cos x = \frac{x}{4\pi}$ 有 14-1 個實數解。

15. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ，請試求 $\triangle ABC$ 周長的最大值為 15-1 15-2。

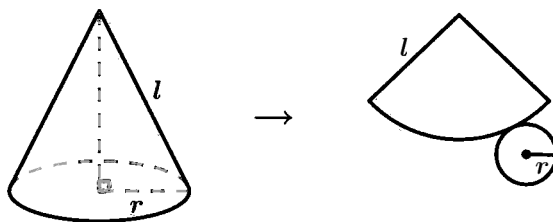
16. $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 1$ ，且 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ，則 $x = \frac{\underline{16-1}}{\underline{16-2}}\pi$ 時， y 有最大值 16-3。

(請化至最簡)

17. 如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為 $6\sqrt{3}$ 公分，今以 A 為圓心半徑各為 12 公分、 $4\sqrt{3}$ 公分作二弧 GH 、 EF ，求斜線部分的面積 = $\frac{(17-1)(17-2)\sqrt{17-3}}{1}$ 。(請化至最簡)

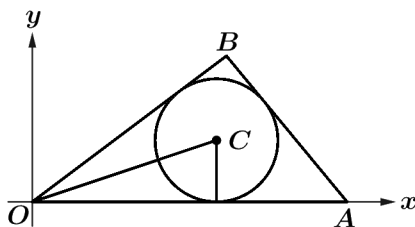


18. 圖為一個直圓錐展開圖，已知扇形半徑為 l ，底面圓半徑為 r ，已知側面積(扇形)是底面圓面積的 3 倍，且此圓錐的高為 4，則底面的圓半徑 r 為 $\sqrt{18-1}$ 。



19. 令 x 為任意角度，求 $y = 2 \sin x \cos x + 4 \sin^2 x$ 的最大值為 $\frac{19-1}{1} + \sqrt{19-2}$ 。

20. 如圖， O 為原點， A 在 x 軸正向上，已知 $\triangle OAB$ 的內切圓圓心 C 在第一象限，且 $B(8,6)$ 、 $\overline{OC} = 8$ ，則 $\triangle OAB$ 的內切圓半徑為 $\frac{20-1}{\sqrt{(20-2)(20-3)}}$ 。



參考答案

1. 2 2. 5 3. 3 4. 1 5. 5

6. 24 7. 234 8. 35 9. 145 10. 13

11. 2

12. $\left(3, \frac{3\pi}{4}, \frac{-\pi}{2}, 2\right)$

13. -5

14. 9

15. 18

16. $\frac{2\pi}{3}, 3$

17. $36\sqrt{3}$

18. 2

19. $2 + \sqrt{5}$

20. $\frac{8}{\sqrt{10}}$