

台北市師大附中 113 下高一期末考

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 在 1 到 1000 的自然數中，是完全平方數但不是完全立方數的數字有幾個？

(1) 29

(2) 28

(3) 27

(4) 8

(5) 7

2. 設 A 事件發生的機率為 $\frac{2}{3}$ ， B 事件發生的機率為 $\frac{1}{4}$ 。今以 p 表示 A 或 B 事件發生的機率，則 p 的範圍為何？

(1) $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{2}{3}$

(2) $\frac{2}{3} \leq p \leq \frac{3}{4}$

(3) $\frac{2}{3} \leq p \leq \frac{11}{12}$

(4) $\frac{3}{4} \leq p \leq \frac{11}{12}$

(5) $\frac{11}{12} \leq p \leq 1$

3. 在如圖的棋盤方格中，隨機任意選取兩個格子。選出的兩個格子不在同行（有無同列無所謂）的機率為下列哪個選項？

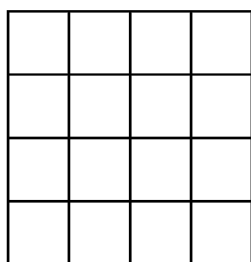
(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{2}{3}$

(3) $\frac{3}{4}$

(4) $\frac{3}{5}$

(5) $\frac{4}{5}$



1

4. 將 1 到 50 這 50 個正整數平分成甲乙兩組，每組各 25 個數，使得甲組的中位數比乙組的中位數小 1。試問共有幾種分法？

(1) C_{25}^{50}

(2) C_{24}^{48}

(3) C_{12}^{24}

(4) $(C_{12}^{24})^2$

(5) $C_{24}^{48} \cdot C_{12}^{24}$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 5 題至第 9 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

5. 甲、乙、丙、丁、戊、己等 6 人由左到右排成一列，試問以下哪些選項是正確的？

- (1) 任意排有 720 種方法
- (2) 甲、乙、丙 (三人順序可任意) 必須排在一起的方法有 72 種方法
- (3) 丙、丁、戊三人完全分開的排列法有 72 種方法
- (4) 甲、乙須相鄰且丙、丁要分開的排法有 144 種方法
- (5) 設六人身高皆不同，若排列時要求身高較矮者的不能排在兩位身高較高者的中間，則排法共有 64 種

6. 請選出以下答案為 C_3^7 的所有選項。

- (1) 在 $(a-b)^7$ 的展開式中， a^4b^3 項的係數
- (2) 從 7 人中任意選出 4 人的方法數
- (3) 在 3×4 的棋盤方格上，沿著格線由左下角到右上角走捷徑的方法數
- (4) 將 AAAABBB 共 7 個字母作直線排列的方法數
- (5) 將 7 本相異書籍分給甲、乙 2 人，其中一人得 4 本且另一人得 3 本的方法數

7. 以下關於組合數的恆等式，有那些恆成立？(以下的 n, k 皆為自然數，高斯函數 $[x]$ ：不大於 x 的最大整數)

- (1) $C_0^n + C_1^n + C_2^n + \cdots + C_n^n = 2^n$
- (2) $C_1^n + 2C_2^n + \cdots + nC_n^n = 3^{n-1}$
- (3) $C_0^n + C_2^n + C_4^n + \cdots + C_{2[\frac{n}{2}]}^n = 2 + 1$
- (4) $C_0^n + C_1^{n+1} + C_2^{n+2} + \cdots + C_k^{n+k} = C_{k+1}^{n+k+1}$
- (5) $(C_0^n)^2 + (C_1^n)^2 + (C_2^n)^2 + \cdots + (C_n^n)^2 = C_n^{2n}$

8. 薛骰 (Sicherman dice) 是一對六面骰，其中一個骰子其六面的點數為 1, 2, 2, 3, 3, 4，另一個骰子六面的點數則為 1, 3, 4, 5, 6, 8。今同時擲這兩顆薛骰，則以下敘述何者正確？

(1) 點數和為 3 的機率為 $\frac{1}{12}$

(2) 點數和為 5 的機率為 $\frac{5}{36}$

(3) 點數和為 7 的機率為 $\frac{1}{6}$

(4) 點數和為 11 的機率為 0

(5) 點數和為偶數的機率為 $\frac{1}{2}$

9. 擲三顆公正的骰子，點數皆為 1, 2, 3, 4, 5, 6，以下敘述哪些是正確的？

(1) 最大點數是 5 的機率為 $\frac{125}{216}$

(2) 最小點數是 3 的機率為 $\frac{61}{216}$

(3) 最大點數是 5 且最小點數是 3 的機率為 $\frac{1}{18}$

(4) 最大點數是 5 或最小點數是 3 的機率為 $\frac{43}{108}$

(5) 若每一顆骰子的點數皆只能是數字 3, 4, 5，其機率為 $\frac{1}{2}$

三、填充題（占 50 分）

說明：第 10 題至第 19 題，每題 5 分。

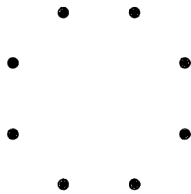
10. 已知某列次高鐵有 12 節車廂，欲指定其中 4 節為自由座車廂，若限定自由座車廂彼此都不相鄰，則共有 $\textcircled{10-1}$ $\textcircled{10-2}$ $\textcircled{10-3}$ 種指定方法。

11. 一副撲克牌有 52 張，分為 A 、 K 、 Q 、 J 、10、9、8、7、6、5、4、3、2 等數字及黑桃、紅心、梅花、方塊等花色，每張牌面由一個數字與一種花色組合而成，各張牌的組合均不同。若從中選出 5 張，試問出現“葫蘆 (*full house*)” (形如 $a a a b b$ 的組合，其中 a, b 為相異數字) 有

(11-1) (11-2) (11-3) (11-4) 種方法。

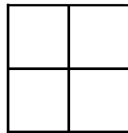
12. 如圖的 8 個點中，若兩兩用線段相連，每個點都恰連接一次，但任兩條線段均不相交，共有

(12-1) (12-2) 種方法。



13. 某生玩數獨 (*sudoku*) 遊戲，目前已知某一行有連續四個空格，須填入 1, 3, 5, 6 四個數字。已知由左至右第一個空格不能排 1、第二個空格不能排 6、第三個空格不能排 5、第四個空格不能排 3，則此列所有可能的填法有 (13-1) 種。

14. 現有 6 種顏色可選，欲將圖每區域著一色，但相鄰區域不同色，共有 (14-1) (14-2) (14-3) 種著色方法。



15. 平面上有 10 個點，恰有兩組三點共線，則此 10 點共可連出 (15-1) (15-2) 條相異的直線。

16. 將英文單字「*listen*」(聽) 六個字母隨機任意排列，恰排成「*silent*」(安靜) 的機率為

$\frac{(16-1)}{(16-2)(16-3)(16-4)}$ 。

17. 若 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ， $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ ，則 $P(A' \cap B') = \frac{(17-1)}{(17-2)}$ 。

18. 將三顆相異球投入三個相異空箱中，則空箱個數的期望值為 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ 個。

19. 同時投擲 3 顆公正的骰子，則出現點數和為 7 的機率為 $\frac{\textcircled{19-1}}{\textcircled{19-2} \textcircled{19-3}}$ 。

参考答案

1. 2 2. 3 3. 5 4. 4 9. 34

5. 14 6. 234 7. 15 8. 35

10. 126

11. 3744

12. 24

13. 9

14. 630

15. 41

16. $\frac{1}{720}$

17. $\frac{1}{4}$

18. $\frac{8}{9}$

19. $\frac{5}{72}$

7