

台北市成功高中 113 上高二期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、多選題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 已知 $\vec{OA}$ 、 $\vec{OB}$ 為不平行兩非零向量， $\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$ ， s, t 為實數，請選出正確的選項：

- (1) 若 $0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 2$ ，則 P 點可能的區域面積是 $\triangle OAB$ 的 4 倍
- (2) 若 $0 \leq s, 0 \leq t$ ，且 $s + t \leq 2$ ，則 P 點可能的區域面積是 $\triangle OAB$ 的 2 倍
- (3) 若 $\vec{OP} = 1\vec{OA} + t\vec{OB}$ ，當 $\vec{OP}$ 垂直 $\vec{OA}$ 時， $|\vec{OP}|$ 有最小值
- (4) 若 $\vec{OP} = 3\vec{OA} + 2\vec{OB}$ ， $\triangle BOP$ 的面積是 $\triangle OAB$ 的 2 倍
- (5) 若 $\vec{OP} = 3\vec{OA} + 2\vec{OB}$ ， $\triangle ABP$ 的面積是 $\triangle OAB$ 的 4 倍

2. 試就 a 之值與方程組 $\begin{cases} (a-1)x + 2y = a \\ 4x + (a-3)y = 2 \end{cases}$ 的關係。請選出正確的選項：

- (1) 當 $a = 4$ ，則方程組無解
- (2) 當 $a = 0$ ，則方程組恰有一解
- (3) 當 $a = 5$ ，則方程組有無限多解
- (4) 當 $a = 2$ ，則 $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 為方程組的解
- (5) 若 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 和 $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ 都是方程組的解，則 $a = -1$

二、填充題（占 72 分）

說明：第 3 題至第 11 題。												
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	48	52	56	60	64	68	72

3. 平面上有三點 $A(-1, 2)$ 、 $B(7, -2)$ 、 $C(2, -3)$ ，則

(1) $\triangle ABC$ 的面積為【 】。

(2) $\triangle ABC$ 的重心坐標為【 】。

4. 平行四邊形 $ABCD$ 的 A 點坐標為 $(1, 2)$ ，已知 $\overrightarrow{AC} = (4, -3)$ ， $\overrightarrow{BD} = (-2, 5)$ ，則 B 點之坐標為【 】。

5. 在 $\triangle ABC$ 中，點 D 在 $\overline{BC}$ 上， $\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3$ ，點 E 為 $\overline{AC}$ 中點。

設 $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BC}$ ，則數對 $(x, y) =$ 【 】。

6. 設 $|\vec{a}| = 2$ ， $|2\vec{a} - \vec{b}| = 3$ ，若 $\vec{a}$ 與 $2\vec{a} - \vec{b}$ 之夾角為 $\frac{\pi}{3}$ ，

則 $|\vec{b}| =$ 【 】。

7. 設 x, y 為實數，已知 $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ ，則

(1) $4x - 3y$ 的最小值為【 】。

(2) 此時的 $(x, y) =$ 【 】。

8. 行列式 $\begin{vmatrix} 1999 & 199 \\ 998 & 98 \end{vmatrix}$ 的值為【 】。

9. 若聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 恰有一組解 $(-1, 2)$ ，

則聯立方程式 $\begin{cases} 2b_1x + a_1y = 3c_1 \\ 2b_2x + a_2y = 3c_2 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = [\quad]$ 。

10. 若 $\begin{vmatrix} a+b & 2a-3b \\ c+d & 2c-3d \end{vmatrix} = 20$ ，則 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = [\quad]$ 。

11. 設四邊形 $ABCD$ 為正方形， A 點、 C 點皆在直線 $3x + 4y = 0$ 上，且 D 點坐標為 $(2, 1)$ ，則

(1) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = [\quad]$ 。

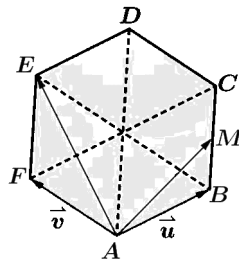
(2) A 點坐標為 $[\quad]$ 。(有兩解)

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

12 — 14 題組

如圖，正六邊形 $ABCDEF$ 的邊長為 1， M 為 $\overline{BC}$ 上的中點，設 $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ ， $\overrightarrow{AF} = \vec{v}$ ，



12. 若 $\overrightarrow{AM} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) = ?$ （單選題，4 分）

(1) $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(2) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

(3) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

(4) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(5) $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$

13. $|\overrightarrow{AM}|$ 長為何？（非選擇題，4 分）

14. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AE} = ?$ (非選擇題, 4 分)

參考答案

第壹部分：選擇(填)題

1. 15 2. 245

3. (1) 14 ; (2) $\left(\frac{8}{3}, -1\right)$

4. (4, -2)

5. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{10}\right)$

6. $\sqrt{13}$

7. (1) -6 ; (2) $\left(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)$

8. -2700

9. (3, -3)

10. -4

11. (1) 8 ; (2) $\left(\frac{12}{5}, -\frac{9}{5}\right), \left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

第貳部分：混合題

12. 1

13. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

14. $\frac{3}{4}$

6