

113 學年度第一學期第三次定期考高二數 B 試題

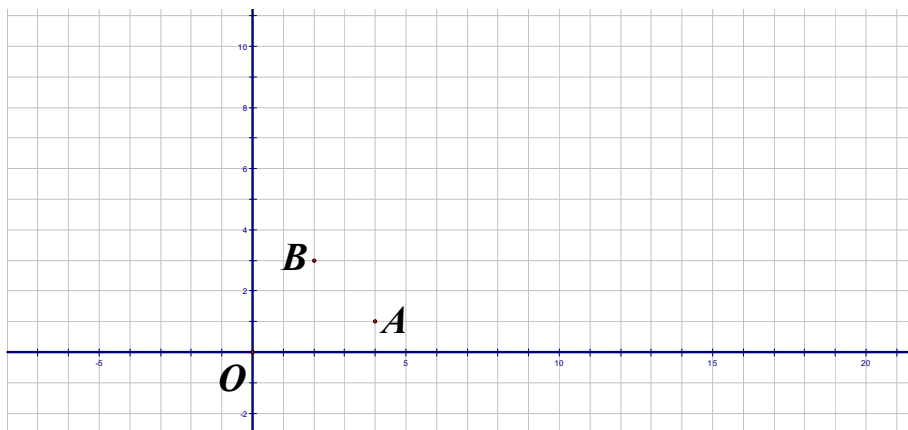
命題範圍：3-1 平面向量的表示法、3-2 平面向量的內積、3-3 平面上的比例。

一、單選題（每題 6 分，共 6 分）

1. 已知 A 系列紙張的規格是長與寬的比值對半裁切後仍維持相同，例如：
1 張 A3 的紙張對半裁切後會得到 2 張 A4 的紙張。國際標準化組織中 ISO216 規定 B 系列紙張規格為 B4 的長 $= \sqrt{A4\text{的長} \times A3\text{的長}}$ ，B4 的寬 $= \sqrt{A4\text{的寬} \times A3\text{的寬}}$ ，已知 B4 紙張的長為 353mm，試問 B4 紙張的寬最接近下列哪一個選項？
- (1) 240mm (2) 250mm (3) 260mm (4) 270mm (5) 280mm

二、作圖題（每題 8 分，共 8 分）

2. 設坐標平面上有 O, A, B 三個點，其中 $O(0,0), A(4,1), B(2,3)$ ，若 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，其中 x, y 為實數且滿足 $-1 \leq x \leq 1, 2 \leq y \leq 3$ ，試在坐標平面上標示出所有 P 點所形成的區域。

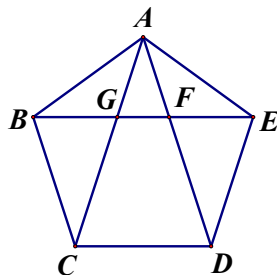


三、證明題（每題 8 分，共 8 分）

3. 已知 $ABCDE$ 為一個正五邊形，點 F 為 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 的交點，點 G 為 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BE}$

的交點，試證： $\frac{\overline{BF}}{\overline{FE}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 。

$$\ast \sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}, \quad \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$



四、填充題（每(小)題 6 分，共 78 分）

4. 設坐標平面上有兩相異點 P, Q ，已知點 $P(1,2)$ 且向量 $\overrightarrow{PQ} = (3,4)$ ，試求：

(1) Q 點的坐標，(2) $|\overrightarrow{PQ}|$ 。

5. 設坐標平面上有四個相異點 A, B, C, D ，已知 $A(1,2), B(3,5), C(-4,6)$ 且

$$\overrightarrow{BD} = 7\overrightarrow{AB} - 8\overrightarrow{BC}，試求 D 點的坐標。$$

6. 設坐標平面上有兩個相異點 A, B ，已知 $A(1,2), B(-6,-5)$ ， P 點在直線 AB 上且滿足 $\overline{AP}:\overline{PB} = 4:3$ ，試求 P 點的坐標。

7. 設坐標平面上有三個相異點 A, B, C ，已知 $A(1,4), B(6,2), C(3,5)$ ，試求內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值。

8. 設 $\vec{a} = (24, -7)$ ，試求與 $\vec{a}$ 同方向且長度為 10 的向量。

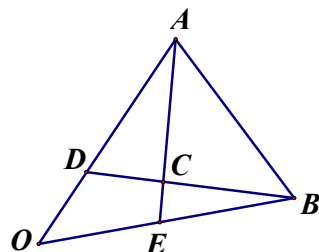
9. 設 $\vec{a} = (2 - \sqrt{3}, -1)$ ， $\vec{b} = (-1, 1)$ ，試求：(1) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角，(2) $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影。

10. 設 $\vec{a} = (2, 1)$ ， $\vec{b} = (3, 4)$ ，已知 $\vec{a} = \vec{c} + \vec{d}$ ，其中 $\vec{c}$ 與 $\vec{b}$ 平行， $\vec{d}$ 與 $\vec{b}$ 垂直，試求 $\vec{c}$ 。

11. 設向量 $(1,2)$ 為直線 L 的法向量，點 $(3,4)$ 是直線 L 上的一點，試求直線 L 的方程式。

12. 設 t 為實數， $\vec{a} = (1,1)$ ， $\vec{b} = (2,3)$ ，試求 $|\vec{ta} + \vec{b}|$ 的最小值。

13. 如右圖，在 $\triangle OAB$ 中， D 、 E 兩點分別是 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 上的點且滿足 $\overline{OD}:\overline{DA}=1:2$ ， $\overline{OE}:\overline{EB}=3:4$ 。已知 $\overline{AE}$ 和 $\overline{BD}$ 交於 C 點，設 $\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，試求數對 (x,y) 。



14. 某人站在台階上使用單點透視法將鐵軌畫在畫布上，側面的示意圖如下圖，點 O 是某人的眼睛，直線 L 為鐵軌所在的地面，直線 M 為畫布， A 、 B 、 C 是鐵軌上的三個點， D 、 E 、 F 依序是 A 、 B 、 C 被畫在畫布上的三個點。過 O 點作直線 L 的垂直線交直線 L 於 P 點，直線 L 和直線 M 互相垂直且相交於 Q 點。已知 $\overline{OP}=400$ ， $\overline{PQ}=300$ ， $\overline{QA}=512$ ， B 點是線段 $\overline{AC}$ 的中點， $\overline{DE}:\overline{EF}=3:2$ ，試求線段 $\overline{AB}$ 的長度。

