

新竹市新竹高中 113 上高二第二次期中考 2B

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 10 分。(10-6-2-0)

1. 已知 a 、 b 、 c 、 d 皆為實數，下列關於函數 $y = f(x) = a \cdot \sin(bx + c) + d$ 的圖形敘述，請選出正確的選項。

(1) 此函數圖形的振幅為 a

(2) 此函數為週期函數，其週期為 $\frac{2\pi}{b}$

(3) 此函數圖形為點對稱圖形，也為線對稱圖形

(4) 此函數圖形的平衡位置(基準線)在 $y = d$

(5) 若正數 T 滿足 $f(x + T) = f(x)$ ，意即經過了 T 單位後會重複相同的圖形，故此函數週期為 T

2. 關於下列的敘述，請選出正確的選項。

(1) π^3 徑為第三象限角

(2) $\sin 2024 > \sin 2024^\circ$

(3) 直線 $x = \frac{\pi}{3}$ 為函數 $f(x) = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 1$ 的對稱軸

(4) 點 $(2, 4)$ 為函數 $f(x) = -\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$ 的對稱中心

(5) 已知 $y = \sin x$ 圖形的週期為 2π ， $y = |\sin x|$ 圖形的週期為 π ；

(6) 而 $y = \sin x + \frac{1}{2}$ 圖形的週期也為 2π ，故 $y = \left|\sin x + \frac{1}{2}\right|$ 圖形的週期為 π

二、填充題（占 88 分）

說明：第 3 題至第 14 題。

答對格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	0	8	16	24	32	40	45	50	55	60	64	68	72	75	78	80

3. 請計算下列各題之值

(1) $\sin \frac{5\pi}{6} + \cos \frac{3\pi}{4} - \tan \frac{4\pi}{3} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

(2) 已知 n 為整數， $\tan(-n\pi) \times \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \cos\left[\left(\frac{2n+1}{2}\right)\pi\right] = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

4. 在一圓形時鐘上，已知鐘面顯示時間為「5 時 x 分」，又時針與分針的夾角在此時正好為 120° ，則 $x = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(有兩解，全對才給分)

5. 若 $a = \sin \pi$ ， $b = \sin \pi^\circ$ ， $c = \sin^2 \pi$ ， $d = \sin^2 \pi^\circ$ ， $e = \sin(\pi^2)$ ，則 a 、 b 、 c 、 d 、 e 之間的大小關係為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

6. 已知扇形的面積為 3，令其半徑為 r ，圓心角為 θ 徑，則：

(1) 當數對 $(r, \theta) = \quad \quad \quad$ 時，其周長有最小值。(全對才給分)

(2) 承上題，此周長的最小值為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

7. 若 $\angle A = 20.24(\text{徑})$ ，則 $\angle A$ 的最大負同界角為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

8. 函數 $f(x) = 3\sin(2x - 1) + 4$ 的圖形可由函數 $g(x) = \sin x$ 的圖形依序經過「以 y 軸為中心，水平壓縮為 a 倍」、「向右平移 b 單位」、「以 x 軸為中心，鉛直伸長為 c 倍」、「向上平移 d 單位」變換而來，且 a 、 b 、 c 、 d 皆為滿足上述敘述的最小正數，則數對 $(a, b, c, d) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。(全對才給分)

9. 已知 $0 \leq x < \pi$ ，則不等式 $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 解的範圍為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

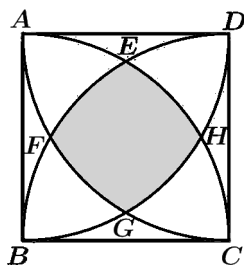
10. 若 $2\sin^2 x + 5\cos x - 4 \geq 0$ 且 x 為實數，則函數 $f(x) = -4\cos^2 x - 8\sin x + 7$

(1) 當 $\sin x = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 時， $f(x)$ 有最小值。

(2) 承上題，此時 $f(x)$ 的最小值為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

11. 方程式 $11\sin|\pi x| - 5x = 0$ 有 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 個實數解。

12. 如右圖，邊長為 10 的正方形 $ABCD$ 內，分別以四個頂點 A 、 B 、 C 、 D 為圓心，邊長為半徑畫出四個 $\frac{1}{4}$ 圓弧，而四個 $\frac{1}{4}$ 圓弧分別交於 E 、 F 、 G 、 H 四點，則此四點所圍成的塗色部分面積為【 】。



13. 小陳 趁著周休二日到遊樂園放鬆，中午時小陳想坐著摩天輪觀賞整座遊樂園的景色，已知經過了 t 分鐘後，小陳距離地面的高度 y (單位：公尺) 可表為 $y = a \cdot \sin(bt + c) + d$ ，其中， a 、 b 、 d 皆為正數，且 $0 \leq c < 2\pi$ 。起初 ($t = 0$) 小陳 在距離地面高度 1 公尺的月台上進入摩天輪車廂，過了 $\frac{25}{2}$ 分鐘後，摩天輪旋轉了半圈使得小陳 乘坐的車廂來到了摩天輪的最高處，此時距離地面有 11 公尺，則數對 $(a, b, c, d) =$ 【 】。(全對才給分)

14. 已知 x_1 與 x_2 為方程式 $\cos x = \cos x^\circ$ 的正實數解中最小的兩個，則 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$ 【 】。

参考答案

1. 34 2. 23

3. (1) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}$; (2) 0

4. $\frac{60}{11}, \frac{540}{11}$

5. $b > d > a = c > e$

6. (1) $(\sqrt{3}, 2)$; (2) $4\sqrt{3}$

7. $20.24 - 8\pi$

8. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 3, 4\right)$

9. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4} \leq x < \pi$

10. (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (2) $6 - 4\sqrt{3}$

11. 4

12. $\frac{100\pi}{3} + 100 - 100\sqrt{3}$

13. $\left(5, \frac{2\pi}{25}, \frac{3\pi}{2}, 6\right)$

14. $\frac{1}{\pi}$

5