

台中市文華高中 113 上高一第一次期中考

一、單選題（占 22 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分；第 4 題，每題 4 分。

1. 設 $A(27\sqrt{3})$ 、 $B(-13\sqrt{3})$ 、 $C(x)$ 是數線上的三點，且 $\overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 7$ ，且 C 點在 $\overline{AB}$ 外，則 x 值為何？

(1) $57\sqrt{3}$

(2) $-43\sqrt{3}$

(3) $-\sqrt{3}$

(4) $15\sqrt{3}$

(5) $7\sqrt{3}$

2. 下列哪個選項是正確的？

(1) $\sqrt[3]{(-2)^3} = 2$

(2) $\sqrt{4} = \pm 2$

(3) $\left((-3)^{\frac{1}{3}}\right)^3 = -3$

(4) $\frac{\pi+7}{2} \geq \sqrt{7\pi}$

(5) $\sqrt{(2\sqrt{5}-5\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{5}-5\sqrt{2}$

3. 已知放射物質的質量會隨時間而衰退減少，且無論何時算起，質量衰退為原來一半所需要的時間皆相同，此時間長度稱為「半衰期」。若某放射性物質兩年前的質量為 4000 公克，且目前它已衰減至 2000 公克，則再經過一年後，它的質量最接近多少公克？

(1) 1732

(2) 283

(3) 1000

(4) 500

(5) 1414

4. 已知 $0 < 2 - \sqrt{2} < 1$ ，請問下列哪一個選項的數字最小？

(1) $(2 - \sqrt{2})^3$

(2) $(2 - \sqrt{2})^2$

(3) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$

(4) $2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$

(5) $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

二、多選題（占 12 分）

說明：第 5 題至第 6 題，每題 6 分。(6 - 3.6 - 1.2 - 0)

5. 請問下列哪些選項是正確的？

(1) $\sqrt{65} - 2\sqrt{5}$ 是一個「比 7 大且比 8 小」的無理數

(2) $\sqrt{13} + \sqrt{7} \geq \sqrt{17} + \sqrt{3}$

(3) $\sqrt{3} - \sqrt{7} < \sqrt{13} - \sqrt{17}$

(4) $[(a - b)(a^2 - ab + b^2)][(a + b)(a^2 + ab + b^2)] = a^6 - b^6$

(5) 若 $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = a + b$ ，其中 a 為整數， $0 < b < 1$ ，則 $b + b^{-1}$ 為有理數

6. 請問下列哪些選項是正確的？

(1) 若實數 $x > 0$ ，則 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - 2 = x - \frac{1}{x}$

(2) $0.\overline{1234} + 0.\overline{321} > 0.\overline{4444}$

(3) 若 a, b, c, d 皆為有理數， x, y 為無理數，且 $a + bx = c + dy$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$

(4) 對於任意實數 x ， $|x - \sqrt{2}| - |x - \sqrt{3}|$ 的最大值為 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

(5) 對於任意實數 x ， $|x - \sqrt{3}| + |x - \sqrt{2}|$ 的最大值為 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

三、填充題（占 58 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 7 分；第 13 題至第 16 題，每題 4 分。

7. 已知 a 、 b 皆為有理數，且 $a \times \sqrt{3+2\sqrt{2}} + b \times \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} - 3$ ，

則數對 $(a, b) = (\underline{7-1}, \underline{7-2})$ 。

8. 化簡 $\frac{27^{\frac{2}{3}} \times (0.0081)^{-0.25}}{(\sqrt[3]{\sqrt{130}-\sqrt{5}}) \times (\sqrt[3]{\sqrt{130}+\sqrt{5}})} = \underline{8-1}$ 。

9. 若 x 為實數且 $2x - x^{-1} = 5$ ，利用乘法公式，求 $(2x)^2 + x^{-2} = \underline{9-1} \underline{9-2}$ 。

10. 已知 $|x-9|$ 可以解讀成「在數線上 x 與 9 的距離」，且 $|x+18|$ 可以解讀成「在數線上 x 與 -18 的距離」。若 x 為整數且 $|x-9| + |x+18| < 29$ ，則符合條件的 x 值有 $\underline{10-1} \underline{10-2}$ 個。

11. 某項研究指出學生學習 t 星期之後，其學習量 M 有如下的關係：

$$M = a(1 - 10^{-bt})$$

其中 a 、 b 常數與學生學習的科目有關。

已知小文兩星期可以背熟 400 個單字，四星期可以背熟 600 個單字，則小文六星期可以背熟

$\underline{11-1} \underline{11-2} \underline{11-3}$ 個單字。

12. 設 $a = 8.4 \times 10^{-20}$ 且 $b = 2.1 \times 10^8$ ，已知 $a \times b$ 在小數點後第 m 位數字開始不為 0，且 $\frac{b}{a}$ 是一個 n

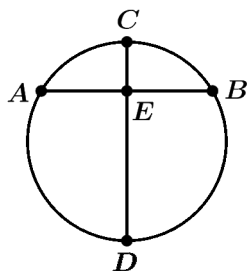
位數的整數，則數對 $(m, n) = (\underline{12-1} \underline{12-2}, \underline{12-3} \underline{12-4})$ 。

13. 設 x 、 y 與 z 皆為實數， $5^x = 3^{\frac{y}{2}} = (2.25)^{\frac{z}{4}} = \sqrt{10}$ ，則 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{2}{z} = \underline{13-1}$ 。

14. 設 a 與 b 皆為實數，已知「 $|ax+2| \leq 1$ 的解」為「 $1 \leq x \leq b$ 」，則數對

$(a, b) = (\underline{14-1} \underline{14-2}, \underline{14-3})$ 。

15. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 四點共圓，兩弦 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 E ， $\overline{AE} = \overline{EB}$ ，若 $\overline{CE} = 1$ ， $\overline{CD} = 4 - \sqrt{5}$ ，則 $\overline{AB} = \sqrt{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}} - \sqrt{\textcircled{15-3}}$ 。



16. 阿祥想用竹籬笆圍成如圖的區域，圖中的右側區域為正方形，且右側正方形與左側小矩形的面積和至少為 54 平方公尺，則阿祥至少需準備 $\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}$ 公尺長的竹籬笆。



四、非選擇題（占 8 分）

說明：第 17 題，每題 8 分。

17. 試以分段討論的方法，求滿足 $3|x+2| + 2|x+3| \geq 12 - x$ 的實數 x 之範圍，並將其解以區間符號表示。

参考答案

1. 1
2. 4
3. 5
4. 3
5. 1234
6. 24
7. (1, 4)
8. 6
9. 29
10. 28
11. 700
12. (11, 28)
13. 2
14. $(-1, 3)$
15. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$
16. 36
17. $(-\infty, -6] \cup [0, \infty)$