

台南市台南女中 113 上高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 勝寬 將 100 萬元存入銀行，以固定年利率 10% 計息，每年為一期，若複利計算，則 11 年後的本利和最接近下列哪個金額？

- (1) 200 萬
- (2) 300 萬
- (3) 400 萬
- (4) 500 萬
- (5) 600 萬

2. 放射性物質的半衰期 T 定義為每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來的一半。鉛製容器中有兩種放射性物質 A 、 B ，開始記錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的 5 倍，而 t 小時後兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 4 小時，物質 B 的半衰期為 5 小時，請問 t 最靠近哪個數值？

- (1) 40
- (2) 42
- (3) 44
- (4) 46
- (5) 48

3. 設 $a^2 < b < a < 1$ 。令 $p = \log_b a$ 、 $q = \log_b \frac{b}{a}$ 、 $r = \log_a \frac{a}{b}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $p > q > r$
- (2) $p > r > q$
- (3) $q > p > r$
- (4) $q > r > p$
- (5) $r > p > q$

4. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 a_1 與公差 d 皆為正實數，且 $\log a_2$ 、 $\log a_8$ 、 $\log a_{23}$ 依序也成等差數列。試選出數列 $\log a_2$ 、 $\log a_8$ 、 $\log a_{23}$ 的公差。

(1) $\log \frac{2}{3}$

(2) $\log \frac{3}{2}$

(3) $\log 6d$

(4) $\log \frac{2}{5}$

(5) $\log \frac{5}{2}$

二、多選題（占 15 分）

說明：第 5 題至第 7 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

5. 下列哪些選項是正確的？

(1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2.5} > \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$

(2) $10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} < \sqrt{3}$

(3) $\log(2 - \sqrt{3}) > 0$

(4) $-\log_{0.5} 5 < 0$

(5) $\log_2 23 < 4.5$

6. 下列關於函數 $f(x) = 3.14^x$ 與函數 $g(x) = \log_{3.14} x$ 的敘述哪些是正確的？

(1) $\frac{f(3) - f(1)}{2} > \frac{f(6) - f(3)}{3}$

(2) $\frac{g(3) - g(1)}{2} > \frac{g(6) - g(3)}{3}$

(3) $\frac{f(5) + f(9)}{2} > f(7)$

(4) $\frac{g(5) + g(9)}{2} > g(7)$

(5) 已知函數 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 的圖形與直線 $x + y = 8$ 分別交於 $A(a, f(a))$ 、 $B(b, g(b))$ 兩點，則 $f(a) + g(b) = 8$

7. 下列敘述哪些是正確的？

(1) $y = \log_{100} x^2$ 的圖形和 $y = \log x$ 的圖形完全貼合

(2) $y = \log 2x$ 的圖形經過平移之後可以和 $y = \log x$ 的圖形完全貼合

(3) $y = 2 \cdot 10^x$ 的圖形經過平移之後可以和 $y = 10^x$ 的圖形完全貼合

(4) 將 $y = 10^x$ 的圖形對稱於 y 軸，再向右平移 1 個單位，可以和 $y = 10^{-x-1}$ 的圖形完全貼合

(5) 方程式 $0.1x - |\log x| = 0$ 有 2 個實根

三、填充題（占 55 分）

說明：第 8 題至第 17 題，每小題 5 分。

8. 試求下列各式的值：

(1) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} + \log_{25} 125 - \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3} = \textcircled{8-1} \textcircled{8-2} \circ$

(2) $(\log_4 27 - \log_{16} 3) \times (\log_{\sqrt{5}} 4 + \log_9 8) = \frac{\textcircled{8-3} \textcircled{8-4}}{\textcircled{8-5}} \circ$

9. 設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 是首項為 2 且公比為 $\sqrt{2}$ 的等比數列。求滿足不等式

$$\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \log_2 a_4 + \dots + \log_2 a_n > 200$$

的最小整數 n 值為 $\textcircled{9-1} \textcircled{9-2} \circ$

10. 將 $\left(\frac{1}{6}\right)^{20}$ 表為純小數時，從小數點以下第 n 位開始出現不為 0 的數字 α ，

求數對 $(n, \alpha) = (\underline{\textcircled{10}-1} \ \underline{\textcircled{10}-2}, \underline{\textcircled{10}-3})$ 。

11. 勝哲設計一組骨牌如下：第 1 張骨牌的重量為 0.3 公克，之後每一張骨牌的重量皆為前一張骨牌重量的 2 倍。在理想的情況下，從第 ⑩-1 ⑩-2 張骨牌開始，骨牌的重量會超過 10 公斤。

12. 方程式 $\log_2 \sqrt{x} + (\log_x 4)^2 = 0$ 的解為 $x = \frac{\textcircled{12}-1}{\textcircled{12}-2}$ 。

13. 方程式 $3^{2-\log_2 x} + 26 \cdot 3^{-\log_4 x} - 3 = 0$ 的解為 $x = \underline{\textcircled{13}-1} \ \underline{\textcircled{13}-2}$ 。

14. 函數 $f(x) = \log_2(x-1)$ 、 $g(x) = \log_4 x - 1$ 的圖形分別與直線 $y = k$ 交於點 A 、 B 。

若線段 $\overline{AB}$ 長度為 4，求 B 點的 x 坐標為 $\frac{\textcircled{14}-\textcircled{1} \ \textcircled{14}-\textcircled{2}}{\textcircled{14}-\textcircled{3}}$ 。

15. 滿足不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -5$ 的所有整數解 x 之和為 ⑮-① ⑮-②。

16. 已知函數 $f(x) = a(\log_4 x)^2 + b \log_{\frac{1}{2}} x - 10$ 在 $x = \frac{1}{8}$ 時有最大值 -1 ，

求 $a = \underline{\textcircled{16}-\textcircled{1}} \ \underline{\textcircled{16}-\textcircled{2}}$ 。

17. 通過點 $P\left(0, \frac{2}{3}\right)$ 的直線與函數 $y = \log_2 x$ 的圖形交於 $A(a, r)$ 、 $B(b, s)$ 兩點，其中 $a < b$ 。已知 A

點恰為 $\overline{BP}$ 中點，求 $r + s = \frac{\textcircled{17}-\textcircled{1} \ \textcircled{17}-\textcircled{2}}{\textcircled{17}-\textcircled{3}}$ 。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 19 題組

牛頓冷卻定律是描述一個物體在常溫之環境下的溫度變化，設物體的原始溫度為 $T(^{\circ}\text{C})$ ，則經過 x 小時後其溫度為 $f(x) = 10 + (T - 10) \times 10^{-kx} (^{\circ}\text{C})$ ，其中 k 是物理常數。現有一物體於上午 8 時置於實驗

室中，於上午 9 時測得其溫度為 $50 (^{\circ}\text{C})$ ；於上午 11 時再測得其溫度為 $20 (^{\circ}\text{C})$ 。請回答下列問題。

18. 上午 8 時該物體的溫度為 18-1 18-2 $(^{\circ}\text{C})$ 。(填充題，5 分)

19. 若將 $f(x)$ 寫成 $f(x) = 10 + (T - 10) \times 2^{-ax}$ ，則 a 的值為何？(單選題，5 分)

- (1) 1
- (2) -1
- (3) $\log 2$
- (4) $\log_2 10$
- (5) $\log_2 3$

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 2 2. 4 3. 1 4. 5

5. 1 6. 235 7. 23

8. (1) -4 ; (2) $\frac{55}{8}$

9. 27

10. (16, 2)

11. 17

12. $\frac{1}{4}$

13. 16

14. $\frac{25}{4}$

15. 15

16. -4

17. $\frac{13}{3}$

第貳部分：混合題

18. 90

19. 1